



Universidad de Murcia

Departamento de Informática y Sistemas

Tesis Doctoral

**Diseño de Sistemas de Control Reseteado:  
Aplicaciones en Control de Procesos**

Ángel Vidal Sánchez

MURCIA, 2009





**Universidad de Murcia**

Departamento de Informática y Sistemas

**Tesis Doctoral**

**Diseño de Sistemas de Control Reseteado:  
Aplicaciones en Control de Procesos**

**Ángel Vidal Sánchez**

Director: **Alfonso Baños Torrico**

MURCIA, 2009

Tesis doctoral

**Diseño de Sistemas de Control Reseteado:  
Aplicaciones en Control de Procesos**

Ángel Vidal Sánchez (avidal@um.es)

Dirigida por:

Alfonso Baños Torrico (abanos@um.es)

Esta tesis está escrita en L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X.

Departamento de Informática y Sistemas  
Facultad de Informática  
Universidad de Murcia  
Campus de Espinardo  
30100 Murcia



*A mis padres,  
a mis hermanas y cuñado,  
a mi ahijado,  
y a mis amigos.*

## Agradecimientos

---

EN primer lugar, quiero agradecer la realización de esta tesis a mi director Alfonso Baños por darme la oportunidad de trabajar con él, así como por compartir sus conocimientos y darme apoyo y ánimo siempre que lo he necesitado. También quisiera agradecerle la oportunidad de colaborar con otros investigadores, como Andrew R. Teel y Françoise Lamnabhi-Lagarrigue, que me acogieron como uno más en sus respectivos grupos de investigación en los que aprendí nuevos métodos que me ayudaron a crecer como investigador. También merece una especial mención Aurelio Arenas por su disponibilidad y apoyo constante con los equipos industriales usados en este trabajo.

También quisiera agradecer a los miembros de mi grupo de investigación, Paco, Quino y Félix por toda la ayuda que me han prestado a lo largo de mis años de investigación. En especial agradecer a Jose Carlos sus sabios consejos y su apoyo en la Plataforma Solar de Almería, y a Joaquín por no ser solo un compañero de trabajo sino por ser también un amigo. A Ángeles y Mercedes les agradezco que facilitaran con su ayuda mi labor de investigación tanto en el laboratorio como en el departamento.

Quisiera agradecer a Antonio Barreiro y su grupo de investigación, en especial Alejandro, Emma, Cesáreo y Miguel, por su grata compañía en reuniones y congresos y sobre todo por sus constructivas charlas que tanto me sirvieron para llevar a cabo este trabajo.

Agradecer también a Luis Yebra por darme la oportunidad de experimentar en la Plataforma Solar de Almería, lo cual me ha enriquecido como investigador. También quiero agradecer a Manuel Berenguel por compartir conmigo todos sus conocimientos y sabios consejos sobre la Planta Solar de Almería, en especial el campo ACUREX, los cuales facilitaron sin duda alguna mi investigación en dicho campo.

Por último, quiero agradecer al Ministerio de Ciencia e Innovación y a la Fundación Séneca por su apoyo económico y confianza a la hora de otorgarnos los proyectos de investigación necesarios para la realización de este trabajo.

Ángel Vidal Sánchez  
Noviembre 2009

# Resumen

---

Este trabajo aborda la definición y el diseño de un nuevo controlador reseteado tomando como estructura base la de un controlador comercial. El objetivo de este nuevo controlador es el de combinar los beneficios de los controladores reseteados con los controladores Proporcional e Integral (PI) para facilitar así su uso al ingeniero u operario encargado del control del proceso.

Los controladores reseteados se han estudiado como alternativa para superar las limitaciones de fase y magnitud que poseen los controladores lineales. Estas limitaciones se basan en la relación fija que existe entre la fase y la magnitud de un sistema lineal, por la cual al aumentar su fase también lo hace su magnitud. Con esta limitación, para obtener un sistema robusto con alto margen de fase, el ruido introducido por los sensores se amplifica, pues la magnitud aumenta al aumentar la fase. Por contra, los controladores reseteados permiten aumentar la fase del sistema de control sin variar con ello su magnitud. Como consecuencia se puede conseguir un sistema de control reseteado robusto sin amplificar el ruido introducido por los sensores.

En el presente trabajo se ha definido un controlador de tipo Proporcional-Integral (PI) con acción de reset, bautizado como controlador PI+CI. También se ha estudiado la estabilidad interna de este nuevo controlador reseteado tanto en procesos sin retardo como en procesos con retardo. Para estos procesos se han dado las reglas de sintonización del controlador PI+CI partiendo del método del control del modelo interno (IMC). Con estas reglas, el controlador PI+CI consigue acortar el transitorio de la respuesta del controlador PI lineal sin modificar con ello su velocidad. Además de éste, el controlador PI+CI aporta otro beneficio al sistema de control pues posee propiedades *anti-windup*, evitando con ello la saturación de la señal de control. Después, se han definido dos nuevas condiciones de reset con el objetivo de solventar los problemas que presentan los controladores reseteados en procesos

con retardo dominante. También se ha definido un coeficiente de reset relativo para disminuir los *overshoots* y *undershoots* de la respuesta lo máximo posible. Por último se han comprobado los beneficios del controlador **PI+CI** cuando se usa en el control de procesos reales, tales como un campo solar de colectores distribuidos y un intercambiador de calor industrial típico de la industria conservera.

# Abstract

---

This work deals with the definition and the tuning of a new kind of reset controller, whose base structure is the most common in industrial processes. The objective of this new controller consists of combining the benefits of the reset action with a Proportional-Integral (PI) controller with the goal of making its use easier for both the engineer and the process operator.

Reset controllers have been studied as an alternative to overcome the linear controller limitations, such as the Bode's gain-phase relationship. This limitation makes the system gain increase when its phase is also increased. Therefore, when a robust controller with high phase margin is needed, the magnitude also has to be high with the consequent noise amplification. On the contrary, reset controllers let the system phase increase without increasing the magnitude. Consequently, a robust control system can be achieved with the reset action without amplifying the sensor noise.

Here, a new Proportional-Integral (PI) controller with reset action has been defined: the PI+CI controller. Firstly, the internal stability of this new reset controller has been studied both in delayed processes and non-delayed processes. Secondly, tuning rules based on the Internal Model Control (IMC) have been given for processes with and without time delay. With these tuning rules, the transient response given by the PI+CI controller is shorter than the response given by the linear PI controller without modifying its velocity. In addition, the PI+CI controller is shown to have an intrinsic anti-windup property, which is used to avoid the saturation of the control signal. After that, two new reset conditions are defined to overcome the time delay influence upon the reset action. A variable reset ratio is also defined to make the overshoots and undershoots decrease as much as possible. Finally, the benefits of the PI+CI compensation are applied on real processes control, such as a solar collector field and an industrial heat exchanger commonly used in food industries.



# Índice general

---

Índice de figuras	xi
Índice de tablas	xv
Símbolos	xvii
Acrónimos	xix
<b>1 Motivación y objetivos</b>	<b>1</b>
1.1 Motivación . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	2
1.3 Publicaciones . . . . .	4
1.4 Estructura . . . . .	5
<b>2 Introducción</b>	<b>9</b>
2.1 Controladores PID . . . . .	9
2.1.1 Invención y desarrollo . . . . .	9
2.1.2 Estructuras de control . . . . .	15
2.1.3 Métodos de sintonía . . . . .	20
2.2 Controladores reseteados . . . . .	24
2.2.1 Orígenes . . . . .	25
2.2.2 Desarrollo . . . . .	29
2.2.3 Estado actual . . . . .	31
2.2.4 Acción de reset en controladores PID . . . . .	34
<b>3 Definición y estabilidad del controlador PI+CI</b>	<b>37</b>
3.1 Sistemas de control reseteado . . . . .	37
3.1.1 Problemas temporales . . . . .	40
3.1.2 Soluciones del sistema . . . . .	40

3.1.3	Estabilidad del sistema . . . . .	42
3.2	El controlador PI+CI . . . . .	45
3.2.1	Definición . . . . .	45
3.2.2	Modelo en el espacio de estados . . . . .	48
3.2.3	Función descriptiva . . . . .	49
3.3	Estabilidad del compensador PI+CI . . . . .	51
3.3.1	Estabilidad en el sentido de Lyapunov . . . . .	52
3.3.2	Estabilidad de sistemas sin retardo . . . . .	55
3.3.3	Estabilidad de sistemas con retardo . . . . .	60
<b>4</b>	<b>Sintonización del controlador PI+CI</b> . . . . .	<b>65</b>
4.1	Procesos de primer orden sin retardo . . . . .	65
4.1.1	Estados del sistema autónomo en lazo cerrado . . . . .	66
4.1.2	Sintonización del controlador PI+CI . . . . .	68
4.2	Procesos de primer orden con retardo . . . . .	71
4.2.1	Modelos con retardo no dominante . . . . .	74
4.2.2	Modelos con retardo dominante . . . . .	80
4.3	Procesos de segundo o mayor orden . . . . .	84
4.3.1	Modelos con retardo no dominante . . . . .	86
4.3.2	Modelos con retardo dominante . . . . .	89
4.4	Procesos con un integrador . . . . .	93
4.5	Procesos con incertidumbre . . . . .	96
4.5.1	Sintonización del controlador base PI . . . . .	99
4.5.2	Sintonización del controlador PI+CI . . . . .	101
4.6	Reglas de sintonización . . . . .	106
4.7	Propiedad <i>anti-windup</i> del controlador PI+CI . . . . .	106
4.8	Comparación con controladores PID . . . . .	109
<b>5</b>	<b>Modificaciones del controlador PI+CI</b> . . . . .	<b>113</b>
5.1	Efectos del retardo sobre la acción de reset . . . . .	113
5.1.1	Banda de reset fija . . . . .	114
5.1.2	Banda de reset variable . . . . .	122
5.2	El controlador PI+CI con reset variable . . . . .	127
5.3	Reglas de sintonización de las modificaciones del controlador PI+CI . . . . .	132
<b>6</b>	<b>El controlador PI+CI en la Planta Solar de Almería</b> . . . . .	<b>135</b>
6.1	Descripción del campo solar ACUREX . . . . .	135
6.2	Sistema de control . . . . .	137
6.3	Simulador del campo solar ACUREX . . . . .	139
6.4	Modelado del campo solar ACUREX . . . . .	140

6.5	Sintonización de un controlador <b>PI</b> . . . . .	142
6.6	Sintonización de un controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	146
6.6.1	Coeficiente de reset original . . . . .	146
6.6.2	Coeficiente de reset relativo . . . . .	147
<b>7</b>	<b>El controlador <b>PI+CI</b> en la industria conservera</b>	<b>153</b>
7.1	Tratamiento térmico en la industria conservera . . . . .	153
7.2	Descripción de la planta piloto . . . . .	155
7.3	Modelado del intercambiador de calor . . . . .	158
7.4	Sintonización del controlador <b>PI</b> . . . . .	161
7.5	Sintonización del controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	163
7.5.1	Sintonización del controlador <b>PI</b> base lineal . . . . .	163
7.5.2	Sintonización del controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	168
7.6	Modificaciones del controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	170
7.6.1	Banda de reset fija . . . . .	170
7.6.2	Banda de reset variable . . . . .	173
7.6.3	Coeficiente de reset relativo . . . . .	175
<b>8</b>	<b>Conclusiones y vías futuras</b>	<b>179</b>
8.1	Conclusiones . . . . .	179
8.1.1	Definición y estabilidad del controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	179
8.1.2	Sintonización del controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	180
8.1.3	Modificaciones del controlador <b>PI+CI</b> . . . . .	182
8.1.4	El controlador <b>PI+CI</b> en la Planta Solar de Almería . . . . .	183
8.1.5	El controlador <b>PI+CI</b> en la industria conservera . . . . .	183
8.2	Vías futuras . . . . .	184
8.2.1	Condiciones de estabilidad robustas . . . . .	184
8.2.2	Sintonización por otros métodos . . . . .	184
8.2.3	Aplicación en control de procesos . . . . .	184
	<b>Bibliografía</b>	<b>185</b>



## Índice de figuras

---

2.1	Estructura del controlador PID en paralelo . . . . .	15
2.2	Estructura del controlador PI-D . . . . .	16
2.3	Estructura del controlador I-PD . . . . .	17
2.4	Estructura del controlador PID con factores de peso . . . . .	18
2.5	Estructura del controlador PID en serie . . . . .	19
2.6	Magnitud (dB) de los términos del controlador PID . . . . .	20
2.7	Estructura en <i>Simulink</i> de un CI . . . . .	25
2.8	Respuestas ante una entrada senoidal (integrador lineal y CI) . . . . .	26
2.9	Estructura en <i>Simulink</i> de un FORE . . . . .	28
2.10	Respuestas ante una entrada senoidal (FORE con y sin reset) . . . . .	29
3.1	Sistema de control reseteado . . . . .	38
3.2	Estructura del controlador PI+CI . . . . .	46
3.3	Respuestas ante una entrada senoidal (PI+CI con varios $p_{reset}$ ) . . . . .	47
3.4	Función descriptiva del controlador PI+CI (varios $p_{reset}$ ) . . . . .	50
3.5	División del espacio de estados (proceso sin retardo) . . . . .	58
3.6	Determinante de las matrices cuadráticas locales (proceso sin retardo) . . . . .	59
3.7	Funciones de Lyapunov locales (proceso sin retardo) . . . . .	60
3.8	División del espacio de estados (proceso con retardo) . . . . .	63
3.9	Determinante de las matrices cuadráticas locales (proceso con retardo) . . . . .	64
4.1	Sistema de control reseteado . . . . .	66
4.2	Proceso de primer orden sin retardo (PI y PI+CI) . . . . .	70
4.3	Diagrama de Nichols (proceso de primer orden sin retardo) . . . . .	71
4.4	Estructura de control del modelo interno (IMC) . . . . .	72
4.5	Proceso de primer orden con retardo no dominante (PI-IMC y PI+CI-IMC) . . . . .	76

4.6	Proceso de primer orden con retardo no dominante (PI-IMC, PI-SIMC y PI+CI-SIMC)	78
4.7	Diagrama de Nichols (proceso de primer orden con retardo no dominante)	79
4.8	Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC y PI+CI-IMC)	81
4.9	Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des)	83
4.10	Diagrama de Nichols (el proceso de primer orden con retardo dominante)	85
4.11	Proceso de tercer orden con retardo no dominante (PI-IMC, PI-SIMC y PI+CI-SIMC)	88
4.12	Diagrama de Nichols (proceso de tercer orden con retardo no dominante)	89
4.13	Proceso de segundo orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des)	91
4.14	Diagrama de Nichols (proceso de segundo orden con retardo dominante)	93
4.15	Proceso con un integrador (PI y PI+CI)	95
4.16	Diagrama de Nichols (proceso con un integrador)	97
4.17	Plantillas (proceso industrial)	100
4.18	Ajuste del controlador PI base lineal (proceso industrial)	101
4.19	Análisis del sistema en lazo cerrado con incertidumbre	102
4.20	Diagrama de Bode del proceso industrial (PI y PI+CI)	103
4.21	Proceso industrial con incertidumbre (PI y PI+CI)	105
4.22	Proceso con saturación en la señal de control (PI y PI+CI)	108
4.23	Proceso de segundo orden con ruido (PI, PI+CI y PID en serie)	111
4.24	Magnitud (dB) (PI, PI+CI y PID en serie)	112
5.1	Respuestas ante una entrada senoidal (CI con y sin retardo)	114
5.2	Superficie de la banda de reset fija	115
5.3	Respuestas ante una entrada senoidal (CI con y sin $\mathcal{B}_\delta^f$ )	116
5.4	Función descriptiva del controlador PI+CI con $\mathcal{B}_\delta^f$ (varios $\frac{\delta}{E}$ )	118
5.5	Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con banda de reset fija)	120
5.6	Diagrama de Nichols (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con $\mathcal{B}_\delta^f$ )	121
5.7	Aproximación de la derivada	123
5.8	Superficie de la banda de reset variable	123
5.9	Respuestas ante una entrada senoidal (CI con y sin $\mathcal{B}_h^v$ )	124
5.10	Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con $\mathcal{B}_h^v$ )	126
5.11	Ensayos para sintonizar el coeficiente de reset relativo	129

5.12	Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC y PI+CI-des con $\mathcal{B}_h^v$ y $\hat{p}_{reset}$ ) . . . . .	131
5.13	Coefficiente de reset relativo (proceso de primer orden con retardo dominante) . . . . .	132
6.1	Campo solar ACUREX . . . . .	136
6.2	Colector solar de ACUREX . . . . .	136
6.3	Sistema de control reseteado . . . . .	138
6.4	Esquema de control en ACUREX . . . . .	139
6.5	Respuestas en frecuencia del campo solar ACUREX . . . . .	141
6.6	Aproximación de las respuestas en frecuencia del campo solar ACUREX	143
6.7	Simulación del campo solar ACUREX (PI-IMC) . . . . .	145
6.8	Incertidumbre del campo solar ACUREX (PI-IMC) . . . . .	146
6.9	Simulación del campo solar ACUREX (PI-IMC y PI+CI-IMC) . . . .	148
6.10	Simulación del campo solar ACUREX (PI-IMC y PI+CI-IMC con $\hat{p}_{reset}$ ) . . . . .	150
6.11	Coefficiente de reset relativo (campo solar ACUREX) . . . . .	151
7.1	Planta piloto . . . . .	155
7.2	Válvula de control electroneumática . . . . .	157
7.3	Esquema de adquisición de datos . . . . .	157
7.4	Experimento PRBS . . . . .	159
7.5	Identificación del intercambiador de calor . . . . .	160
7.6	Esquema de control del intercambiador de calor . . . . .	161
7.7	Tratamiento térmico (PI-IMC) . . . . .	162
7.8	Plantillas (intercambiador de calor) . . . . .	164
7.9	Ajuste del controlador PI base (intercambiador de calor) . . . . .	165
7.10	Análisis de especificaciones (intercambiador de calor) . . . . .	166
7.11	Tratamiento térmico (PI-IMC y PI-base) . . . . .	167
7.12	Tratamiento térmico (PI-base y PI+CI con varios $p_{reset}$ ) . . . . .	169
7.13	Diagrama de Nichols (PI-base y PI+CI con $\mathcal{B}_\delta^f$ ) . . . . .	171
7.14	Tratamiento térmico (PI-IMC y PI+CI con $\mathcal{B}_\delta^f$ ) . . . . .	172
7.15	Tratamiento térmico (PI-IMC y PI+CI con $\mathcal{B}_h^v$ ) . . . . .	174
7.16	Tratamiento térmico (PI-IMC y PI+CI con $\mathcal{B}_h^v$ y $\hat{p}_{reset}$ ) . . . . .	177
7.17	Coefficiente de reset relativo (intercambiador de calor) . . . . .	178



# Índice de tablas

---

4.1	Índices de <i>performance</i> (proceso de primer orden sin retardo) . . . . .	69
4.2	Índices de <i>performance</i> (proceso de primer orden con retardo no dominante) . . . . .	77
4.3	Índices de <i>performance</i> (proceso de primer orden con retardo dominante) . . . . .	82
4.4	Índices de <i>performance</i> (proceso de tercer orden con retardo no dominante) . . . . .	87
4.5	Índices de <i>performance</i> (proceso de segundo orden con retardo dominante) . . . . .	92
4.6	Índices de <i>performance</i> (proceso con un integrador) . . . . .	96
4.7	Incertidumbre del proceso industrial . . . . .	98
4.8	Máximo rechazo de perturbaciones en la entrada del proceso . . . . .	99
4.9	Márgen de fase (PI y PI+CI) . . . . .	104
4.10	Reglas de sintonización . . . . .	106
4.11	Índices de <i>performance</i> (PI y PI+CI con saturación) . . . . .	109
4.12	Índices de <i>performance</i> (PI y PI+CI) . . . . .	112
5.1	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con $\mathcal{B}_\delta^f$ ) . . . . .	121
5.2	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con $\mathcal{B}_h^v$ ) . . . . .	125
5.3	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC y PI+CI-des con $\mathcal{B}_h^v$ y $\hat{p}_{reset}$ ) . . . . .	130
6.1	Índices de <i>performance</i> (campo solar ACUREX) . . . . .	149
7.1	Modelos del intercambiador de calor . . . . .	160
7.2	Tiempo de subida y <i>overshoot</i> máximo (PI-IMC) . . . . .	163
7.3	Tiempo de subida y <i>overshoot</i> máximo (PI-base) . . . . .	168
7.4	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC, PI-base y PI+CI con varios $p_{reset}$ ) . . . . .	168
7.5	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC y PI+CI con $\mathcal{B}_\delta^f$ ) . . . . .	171

7.6	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC y PI+CI con $\mathcal{B}_h^v$ ) . . . . .	173
7.7	Índices de <i>performance</i> (PI-IMC y PI+CI con $\mathcal{B}_h^v$ y $\hat{p}_{reset}$ ) . . . . .	176

# Símbolos

---

$\Delta_k$	Intervalo de reset, $\Delta_k = t_k - t_{k-1}$
$A$	Matriz de la dinámica interna del sistema de control reseteado
$A_m$	Margen de ganancia
$A_p$	Matriz de reset del controlador reseteado
$A_R$	Matriz de reset del sistema de control reseteado
$\mathcal{B}_\delta^f$	Banda de reset fija
$\mathcal{B}_h^v$	Banda de reset variable
$\delta$	Escalar positivo usado para especificar la banda de reset fija
$E$	Amplitud de la señal de error
$\varphi_m$	Margen de fase
$h$	Retardo del proceso
$k$	Ganancia de un proceso de primer orden
$k_d$	Ganancia derivativa
$k_i$	Ganancia integral
$k_p$	Ganancia proporcional
$\lambda$	Constante de tiempo de la respuesta deseada en el sistema de control
$\mathcal{M}$	Superficie de reset
$M_p$	<i>Overshoot</i>
$n$	Dimensión del sistema de control reseteado, $n = n_p + n_r$
$n_p$	Dimensión del proceso
$n_\rho$	Dimensión del espacio reseteado
$n_\rho$	Dimensión del espacio no reseteado
$n_r$	Dimensión del controlador reseteado
$P$	Función de transferencia del proceso y matriz cuadrática de Lyapunov
$\tilde{P}$	Modelo aproximado del proceso
$P_i$	Matriz cuadrática local de Lyapunov

$p_{reset}$	Coefficiente de reset
$\hat{p}_{reset}$	Coefficiente de reset relativo
$p_{reset}^0$	Valor base del coeficiente de reset relativo
$\mathbb{R}$	Conjunto de los números reales
$\mathbb{R}^n$	Espacio real de dimensión $n$
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto de las matrices de números reales de $n$ filas y $m$ columnas
$R$	Matriz cuadrática de Lyapunov-Krasovskii
$S$	Matriz cuadrática de Lyapunov-Krasovskii
$\tau$	Constante de tiempo de un proceso de primer orden
$\tau_d$	Constante de tiempo derivativa
$\tau_f$	Constante de tiempo de un filtro de primer orden
$\tau_i$	Constante de tiempo integral
$t^+$	Instante siguiente, definido formalmente como $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^+} t + \epsilon$
$t^-$	Instante anterior, definido formalmente como $\lim_{\epsilon \rightarrow 0^-} t + \epsilon$
$t_k$	Instante de reset $k$ -ésimo
$t_r$	Tiempo de subida
$t_s$	Tiempo de asentamiento
$x$	Estados del sistema de control reseteado
$x_b$	Estados del controlador base lineal
$x_{ci}$	Estado del integrador de Clegg en el controlador PI+CI
$x_i$	Estado del integrador en el controlador PI+CI
$x_p$	Estados del proceso
$x_r$	Estado del controlador reseteado

## Acrónimos

---

BIBO	<i>Bounded Input Bounded Output</i>	Entrada Acotada Salida Acotada
CI	<i>Clegg Integrator</i>	Integrador de Clegg
FORE	<i>First Order Reset Element</i>	Elemento de Primer Orden Reseteado
IAE	<i>Integral of the Absolute Error</i>	Integral del Error Absoluto
IMC	<i>Internal Model Control</i>	Control del Modelo Interno
ISE	<i>Integral Square Error</i>	Integral del Error Cuadrático
ITAE	<i>Integral Time Absolute Error</i>	Integral del Tiempo por el Error Absoluto
LMI	<i>Linear Matrix Inequalities</i>	Desigualdades Lineales de Matrices
LTI	<i>Linear Time Invariant</i>	Lineal e Invariante en el Tiempo
MIMO	<i>Multiple Inputs Multiple Outputs</i>	Entradas Múltiples Salidas Múltiples
P	<i>Proportional</i>	Proporcional
PI	<i>Proportional Integral</i>	Proporcional Integral
PID	<i>Proportional Integral Derivative</i>	Proporcional Integral Derivativo
PRBS	<i>Pseudo-Random Binary Sequence</i>	Secuencia Binaria Seudoaleatoria
PSA	<i>Plataforma Solar de Almería</i>	Plataforma Solar de Almería
QFT	<i>Quantitative Feedback Theory</i>	Teoría de Realimentación Cuantitativa
RIDE	<i>Reset Integral Derivative Element</i>	Elemento Integral Derivativo Reseteado
SIMC	<i>Skogestad Internal Model Control</i>	Control del Modelo Interno de Skogestad
SISO	<i>Single Input Single Output</i>	Una Entrada Una Salida



## Motivación y objetivos

---

Los controladores reseteados datan de finales de los años cincuenta, cuando se inventaron para mejorar el funcionamiento de los sistemas de control lineales. A pesar de su temprana invención, son muy pocos los trabajos en los que se ha aplicado este tipo de control a procesos industriales, pues son los controladores de tipo Proporcional Integral Derivativo (PID) los que dominan en la industria debido a su sencillez. Por tanto, la motivación principal de este trabajo es la de definir un nuevo controlador reseteado de manera que se combine la sencillez de los controladores PID con los beneficios de la acción de reset.

### 1.1 Motivación

La motivación principal de este trabajo es la de definir un nuevo controlador que supere las limitaciones fundamentales de los controladores lineales. De ellos, será el controlador PI, el más usado en el control de procesos industriales, el que se use como base para definir el nuevo controlador no lineal.

Fue H. W. Bode el primero en estudiar estas limitaciones fundamentales al estudiar la relación existente entre la fase y la magnitud de los controladores lineales [28]. Esta relación se traduce en que cuando se aumenta la fase del sistema para aumentar su margen de estabilidad, y con ello su robustez, se aumenta a la vez su magnitud sin posibilidad de evitarlo. Como consecuencia de este aumento de magnitud, el ruido que los sensores introducen a altas frecuencias en las señales se amplifica deteriorando el comportamiento del controlador lineal. En el caso de que haya retardo, lo que es frecuente en procesos industriales, estas limitaciones son aún más severas, pues a altas frecuencias el retardo disminuye la fase del sistema,

de manera que hay que aumentarla para que la estabilidad del sistema no se vea afectada y por tanto la magnitud aumentará y el ruido se amplificará.

Una forma de superar estas limitaciones fundamentales del control lineal es la de usar un controlador reseteado, pues este tipo de controladores tienen la propiedad de aumentar la fase del sistema sin apenas variar la magnitud en un intervalo significativo de frecuencias. El primer trabajo sobre controladores reseteados fue publicado en el año 1958 por J. C. Clegg, en el que definió el controlador reseteado más simple, el integrador de Clegg o CI [54]. Este integrador es un integrador no lineal cuya salida se hace cero siempre y cuando su entrada también lo sea. El beneficio que aporta este integrador reseteado es un incremento de fase de  $52^\circ$  respecto a un integrador lineal de manera que para una misma fase, la magnitud del sistema reseteado es menor que la del lineal, reduciendo con ello la amplificación del ruido introducido por los sensores en el lazo de control.

Además del incremento de fase que aporta, otras razones para elegir este tipo de control en lugar de otro es la de su sencillez y su facilidad de implementación. Los controladores reseteados son sencillos de entender pues adoptan como estructura base la de un controlador lineal, para posteriormente hacer cero uno o más de sus estados. De esta manera conociendo la dinámica del controlador base lineal, la del controlador reseteado también será conocida, pues ambas son iguales salvo en aquellos instantes en los que algún estado se hace cero, esto es, los instantes de reset. Por otro lado, como se ha dicho, los controladores reseteados son fáciles de implementar en procesos industriales pues tanto en programas de simulación como en los autómatas industriales existe la posibilidad de activar la acción de reset en los integradores lineales mediante una opción habilitada para ello.

Resumiendo, en este trabajo se definirá un nuevo controlador reseteado con una estructura base similar a la del controlador **PI**, motivado por los beneficios que aporta la acción de reset sobre la fase de los sistemas lineales y por su sencilla implementación en autómatas industriales facilitando su uso en el control de procesos.

## 1.2 Objetivos

Los objetivos básicos que se han planteado para la realización de este trabajo son los siguientes:

1. *Definir un nuevo controlador reseteado.*

Aunque a lo largo de la literatura de control reseteado se ha estudiado sus beneficios en cuanto a reducir el transitorio de una respuesta lineal y en aumentar la supresión del ruido de los sensores, en muy pocos trabajos se ha aplicado la acción de reset sobre controladores comerciales, como los PID. Sin embargo, estos pocos trabajos proponían controladores con grandes limitaciones en su uso, mientras que unos necesitaban la presencia de un integrador en el proceso a controlar, otros solamente daban buenos resultados en condiciones específicas. Por ello, el primer objetivo de este trabajo es el de definir un nuevo controlador reseteado tomando como estructura base la de un PI, tal que su uso no se encuentre limitado a ningún tipo de proceso ni a ningunas condiciones específicas. A este nuevo controlador reseteado se le va a denominar con el nombre de controlador PI+CI.

2. *Demostrar la estabilidad del nuevo controlador reseteado.*

Tras definir las características y particularidades del controlador PI+CI, se va a fijar el objetivo de demostrar su estabilidad en un sistema de control en lazo cerrado. En primer lugar, como es lógico, se van a intentar usar para ello las herramientas dadas en la literatura de control reseteado. No obstante, debido a las particularidades del controlador PI+CI va a ser imposible aplicar dichas herramientas de estabilidad. Por tanto, se va a desarrollar nuevas condiciones de estabilidad capaces de demostrar la estabilidad del controlador PI+CI, tanto en procesos sin retardo como en procesos con retardo.

3. *Desarrollar métodos de sintonización para el controlador PI+CI.*

Después de definir el controlador PI+CI y dar condiciones para su estabilidad, el siguiente objetivo de este trabajo es el de desarrollar un método de sintonización específico para este controlador reseteado. Para facilitar la aplicación de este método se va a partir de un controlador base PI sintonizado previamente por uno de los métodos de sintonización más usados en el control de procesos. De esta forma, se va a perseguir el objetivo de que la respuesta proporcionada por el controlador PI+CI tenga menos *overshoot* y *undershoot* que la del controlador PI lineal, con la consiguiente disminución de su transitorio sin alterar con ello su velocidad. Además, en este trabajo también se ha propuesto el objetivo fundamental de sintonizar el controlador PI+CI cuando hay incertidumbre en el proceso a controlar, como es lo habitual en el control de procesos industriales.

4. *Estudiar el comportamiento del controlador PI+CI en presencia de retardo.*

En la literatura sobre control reseteado se han publicado muy pocos trabajos sobre este tipo de control en presencia de retardos en el sistema. Por otro lado, en el control de procesos es habitual tener retardos en el sistema de control, en algunos casos dominantes, ya sean inherentes al propio proceso a controlar o debidos al tiempo de lectura y adquisición de datos. En el caso de que la presencia del retardo sea perjudicial para el rendimiento del controlador PI+CI, el objetivo se centrará en evitar este efecto perjudicial estudiando posibles modificaciones en el controlador reseteado PI+CI.

5. *Aplicación del controlador PI+CI al control de procesos.*

Una vez que se ha diseñado un sistema de control lo habitual es llevarlo a la práctica para corroborar los resultados obtenidos en las simulaciones. Para ello, el último objetivo planteado en este trabajo es el de estudiar la aplicación del controlador PI+CI en el control de procesos industriales. Por un lado, se va a aplicar a un proceso actualmente en auge como son los relacionados con las energías renovables. En concreto, gracias a la posibilidad brindada, se va a usar el controlador PI+CI para controlar la temperatura de salida de un campo solar de colectores distribuidos. Por otro lado, también se va a aplicar la compensación PI+CI en la industria más habitual de la Región de Murcia, como es la industria conservera. Para ello, en paralelo al trabajo teórico, se ha puesto en marcha una planta industrial con los equipos necesarios para llevar a cabo los tratamientos térmicos habituales de este tipo de industria. Esta planta de procesos va a servir para demostrar la utilidad del controlador PI+CI en el control de procesos industriales.

### 1.3 Publicaciones

La mayoría de los resultados que se han obtenido en este trabajo o bien se han publicado en congresos internacionales o bien están pendientes de publicación en revistas científicas:

A. Baños y A. Vidal. Design of PI+CI reset compensation for second order plants. *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, páginas 118-123, Vigo, España, Junio 2007.

A. Baños y A. Vidal. Definition and tuning of a PI+CI reset controller. *Proceedings of the European Control Conference*, páginas 4792-4798, Kos, Grecia, Julio 2007.

A. Vidal y A. Baños. QFT-based design of PI+CI reset compensators: Application in process control. *The 16<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation*, páginas 806-811, Ajaccio, Francia, Junio 2008.

A. Vidal, A. Baños, J. C. Moreno y M. Berenguel. PI+CI compensation with variable reset: application on solar collector fields. *The 34<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, páginas 321-326, Orlando, EEUU, Noviembre 2008.

A. Vidal y A. Baños. Stability of reset control systems with variable reset: application to PI+CI compensation. *Proceedings of the European Control Conference*, páginas 4913-4918, Budapest, Hungría, Agosto 2009.

A. Vidal y A. Baños. Reset compensation applied on industrial heat exchangers. *The 14<sup>th</sup> IEEE International Conference on Emerging Technologies and Factory Automation*, Mallorca, España, Septiembre 2009.

A. Baños y A. Vidal. Design of reset control systems: the PI+CI compensator. *Computers and Chemical Engineering*, (enviado)

A. Vidal y A. Baños. Reset compensation for temperature control: experimental application on heat exchangers. *Chemical Engineering Journal*, (enviado).

## 1.4 Estructura

Este trabajo se va a estructurar en capítulos para exponer los resultados obtenidos. En el capítulo 2 se va a introducir los fundamentos principales de los dos tipos de control usados: los controladores PID y los controladores reseteados. Tanto para uno como para otro tipo de controladores se va a hacer una breve descripción histórica sobre su evolución desde sus orígenes hasta la actualidad. Para los controladores PID además se van a describir las principales estructuras que pueden adoptar y los métodos de sintonización más usados y estudiados a lo largo de la literatura.

En el capítulo 3 se va a definir un nuevo controlador reseteado basado en la estructura de un controlador PI. A este nuevo controlador reseteado se le va a denominar con el nombre de controlador PI+CI y se van a explicar sus propiedades y particularidades tanto en el espacio de estados mediante dos representaciones distintas como en el dominio de la frecuencia a través de su función descriptiva. En último lugar, como las herramientas de estabilidad dadas en la literatura de control reseteado no serán aplicables al controlador PI+CI, se propondrán dos nuevas proposiciones basadas en funciones de Lyapunov. Con ellas se va demostrar la estabilidad de un controlador PI+CI tanto en sistemas sin retardo como en sistemas con retardo.

En el capítulo 4 se va a hacer un estudio detallado sobre la sintonización del controlador PI+CI. Para ello se va a distinguir entre distintos tipos de procesos: procesos de primer orden sin retardo, procesos de primer orden con retardo, procesos de orden general y procesos con integradores. En los procesos de primer orden sin retardo, se va a obtener una relación para calcular el coeficiente de reset necesario para que el sistema disminuya su *overshoot* y alcance a su vez el estado estacionario tras el segundo cruce de la respuesta con la referencia sin perjudicar con ello su velocidad. Para el resto de procesos se va a sintonizar un controlador PI+CI a partir de un controlador PI previamente sintonizado con el método IMC. Cuando en el proceso a controlar exista incertidumbre, se va a estudiar la sintonización del controlador PI+CI usando la Teoría de Realimentación Cuantitativa, conocida en sus siglas en inglés como QFT. Se va a demostrar con simulaciones como la acción de reset reduce el transitorio de la respuesta del controlador PI sin modificar con ello su velocidad. Finalmente se va a demostrar que el controlador PI+CI, por un lado posee propiedades propias de *anti-windup*, y por otro lado reduce la amplificación del ruido de los sensores en comparación con un controlador PID.

En el capítulo 5 se va a estudiar los problemas que presentan los controladores reseteados cuando hay retardo dominante en el sistema de control. Para solucionar estos problemas se va a estudiar dos posibles modificaciones de la condición de reset mediante la definición de una banda de reset fija y de otra variable. Estas modificaciones van a hacer que la respuesta del sistema de control mejore notablemente, aunque en algunos casos se obtendrán grandes *undershoots* en la respuesta. Para estos casos, en último lugar se va a definir un coeficiente de reset relativo, por el cual la cantidad del término integral que se va a hacer reset va a variar con el tiempo en función de la dinámica del sistema.

El controlador **PI+CI** se va a aplicar a un sistema real en los capítulos 6 y 7. Por un lado en el capítulo 6 se va a estudiar el comportamiento de este controlador en un campo de colectores solares distribuidos, en concreto el campo ACUREX de la Plataforma Solar de Almería. Para ello en primer lugar, tras explicar las características dinámicas de estos colectores solares, se va a sintonizar un controlador **PI+CI** con coeficiente de reset fijo a partir de un controlador **PI** previamente sintonizado por el método **IMC**. Como la respuesta del campo no va a ser satisfactoria, se estudiará la aplicación del coeficiente de reset relativo explicado en el capítulo 5.

Por otro lado, en el capítulo 7 se va a aplicar el controlador **PI+CI** a los tratamientos térmicos necesarios en la industria conservera. Para ello se va a hacer una descripción detallada del intercambiador de calor industrial usado, equipo en el que normalmente se llevan a cabo los tratamientos térmicos. Después, se sintonizará usando **QFT** un controlador **PI+CI** para comparar su respuesta con la de un controlador **PI** sintonizado mediante **IMC**. De esta comparación, se deducirá que para mejorar la respuesta del sistema de control, y con ello la eficiencia del tratamiento térmico, se tendrá que usar en el controlador **PI+CI** las modificaciones estudiadas en el capítulo 5.

Finalmente en el capítulo 8 se resumirán de forma clara y concisa todos los resultados y conclusiones obtenidos en cada uno de los capítulos de este trabajo. Además en una segunda parte se van a plantear las posibles vías futuras de investigación abiertas a partir del controlador **PI+CI**, definido por primera vez en este trabajo.



# Introducción

---

EN este capítulo se van a explicar los fundamentos principales de los dos tipos de control que se estudian en este trabajo, esto es, el control PID y el control reseteado. Para cada uno de ellos se hará un breve estudio histórico sobre su evolución desde sus inicios hasta la actualidad. Además, se van a describir las diferentes estructuras que puede adoptar un controlador PID y los métodos más comunes que se han desarrollado para sintonizarlos. En último lugar se expondrán las pocas publicaciones en las que se ha combinado el control PID y el control reseteado.

## 2.1 Controladores PID

El control Proporcional Integral Derivativo (PID) es una de las primeras estrategias que surgieron en control. En un principio estos controladores se implementaron para dispositivos neumáticos, aunque posteriormente se adaptaron a dispositivos analógicos hasta llegar a la actual implementación digital de microprocesadores. Su sencilla estructura y su buen comportamiento han hecho de este tipo de control el más usado en un amplio rango de aplicaciones industriales, de hecho se usan en más del 90% de los lazos de control. Los controladores PID han sido un tema de investigación activo desde su invención, llegándose a publicar infinidad de trabajos sobre las diferentes estructuras que pueden adoptar y los diversos métodos por los que se pueden sintonizar.

### 2.1.1 Invención y desarrollo

A principios del s. XX, tras la denominada segunda revolución industrial, el objetivo principal de la industria era el de mejorar su competitividad maximizando la

producción y minimizando el coste. Para conseguir este objetivo, las industrias de instrumentación se dedicaron a desarrollar nuevas tecnologías capaces de mejorar la automatización de los procesos de fabricación. Durante la segunda década del s. XX, los controladores usados en las industrias podían ser de tres tipos: eléctricos, potenciométricos y neumáticos, todos ellos basados en la acción de control *on-off* [23]. Estos controladores eran muy sencillos, pues la señal de control,  $u(t)$ , solamente podía tomar dos valores: uno máximo,  $u_{max}$ , y otro mínimo,  $u_{min}$ , dependiendo del signo de la señal de error,  $e(t)$ :

$$u(t) = \begin{cases} u_{max}, & e(t) > 0 \\ u_{min}, & e(t) < 0 \end{cases} \quad (2.1)$$

Estos controladores eran discontinuos cuando la señal de error era igual a cero, de modo que la señal de control conmutaba continuamente entre sus valores máximo y mínimo aún cuando la referencia permanecía constante. Estas oscilaciones continuas no solamente imposibilitaban la precisión de la señal de control, sino que también deterioraban los actuadores neumáticos, teniendo que ser sustituidos con frecuencia. Debido a estos problemas, las grandes compañías de instrumentación se centraron en investigar nuevas acciones de control para aumentar la precisión, y con ello el rendimiento de los procesos de fabricación.

En el año 1919 la compañía Foxboro, haciendo uso de las investigaciones de uno de sus trabajadores, Edgar H. Bristol [32], lanzó al mercado un nuevo controlador neumático en el cual la señal de control dejaba de ser discontinua para ser lineal en un determinado rango de la señal de error, desde  $e_0$  hasta  $-e_0$ , surgiendo el controlador Proporcional (P):

$$u(t) = \begin{cases} u_{max}, & e(t) > e_0 \\ u_0 + k_p e(t), & e_0 > e(t) > -e_0 \\ u_{min}, & e(t) < -e_0 \end{cases} \quad (2.2)$$

donde  $u_0$  era el valor de la señal de control en el estado estacionario y  $k_p$  se denominó como ganancia proporcional. Esta nueva señal de control se caracterizaba por una banda proporcional que fijaba el rango del error en el cual la señal de control era proporcional al mismo y por tanto lineal. En esta primera versión la banda proporcional era del 1%, demasiado pequeña como para evitar por completo las discontinuidades en la señal de control. Para aumentar el rango lineal de operación, en la primera mitad de los años veinte todas las compañías de instrumentación se dedicaron a intentar aumentar esta banda proporcional.

Sin embargo, no es hasta el año 1927 que la compañía de instrumentación Foxboro consigue de nuevo el objetivo deseado por el resto de compañías y lanza al mercado un controlador neumático con una banda proporcional mayor, esta vez comprendida entre el 5% y el 7%. A pesar de que con este controlador las conmutaciones de la señal de control desaparecieron, surgió un nuevo problema: el controlador P no era capaz de eliminar el error en estado estacionario. Para eliminarlo, era necesario o bien aumentar la ganancia proporcional hasta el infinito, en cuyo caso se tenía un controlador *on-off*, o bien encontrar un valor adecuado de la señal de control en estado estacionario,  $u_0$ , algo difícil de predecir y poco útil en la práctica [60].

En el año 1930, Clesson E. Mason, trabajador de la compañía Foxboro, patentó un mecanismo de control neumático [119], cuya idea básica era la de hacer la señal de control proporcional a la integral del error. De esta manera se calculaba automáticamente el valor de la señal de control en el estado estacionario,  $u_0$ , eliminando así el error en estado estacionario:

$$u_0 = \frac{k_P}{\tau_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (2.3)$$

donde  $\tau_i$  era la constante de tiempo integral. No obstante, C. E. Mason no fue el primero en estudiar la acción de control integral, pues diez años antes, Morris E. Leeds ya había patentado un controlador automático con control integral [108], aunque no se llegó a comercializar por la dificultad que conllevaba su construcción. En el año 1931, la compañía Foxboro incorporó el mecanismo patentado por C. E. Mason a su nuevo controlador, el *Foxboro Co. Stabilog Model 10*, siendo éste el primer controlador en el mercado en combinar la acción proporcional con la acción integral, surgiendo así el controlador Proporcional Integral (PI):

$$u(t) = k_P \left( e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \quad (2.4)$$

Pronto las compañías rivales se dieron cuenta de los beneficios de la nueva acción de control, y ya en el año 1933 la compañía de instrumentación Taylor comercializó una unidad llamada *Dubl-Response plus Fulscope*, que también ofrecía una combinación de la acción de control proporcional e integral. También las compañías Tagliabue y Bristol lanzaron al mercado sus respectivos controladores PI poco tiempo después. A pesar de eliminar el error en estado estacionario, el éxito de este controlador no fue el esperado debido a que no se había facilitado información sobre como usarlo. Por ello, en el año 1934, la compañía Foxboro relanzó el mismo controlador, acompañado esta vez por un manual en el que se explicaba en detalle su forma de

operar y sus ventajas [23].

En algunas situaciones, el controlador PI hacía que el sistema oscilara demasiado con el riesgo de llegar a inestabilizar el proceso. Por ello se retomó la idea surgida en los años veinte de anticiparse a las variaciones del error, de manera que en el año 1935 la compañía de instrumentación Taylor describió el mecanismo de una acción de control denominada como acción *pre-act* [169]. Esta nueva acción de control era capaz de amortiguar las oscilaciones que presentaban los procesos mediante la predicción de las variaciones del error a través de su derivada:

$$u(t) = \tau_d \frac{de(t)}{dt} \quad (2.5)$$

donde  $\tau_d$  se conoció como la constante de tiempo derivativa. Unos años más tarde, en el 1938, a través del trabajo de George A. Philbrick, la compañía Foxboro desarrolló también la acción derivativa, a la cual denominaron como acción *hyper-reset*. Por aquellos años, las investigaciones de la compañía Taylor estaban ya bastante avanzadas, de tal forma que en el año 1939 comercializó el primer controlador neumático que combinaba las acciones de control Proporcional, Integral y Derivativa, dando lugar al controlador PID:

$$u(t) = k_p \left( e(t) + \frac{1}{\tau_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \right) \quad (2.6)$$

Un año después, fue la compañía Foxboro la que comercializó su propio controlador PID neumático, rivalizando directamente con la compañía Taylor por extender el uso de estos controladores a la mayoría de los sectores industriales. Sin embargo, las industrias eran reticentes a usar estos controladores en sus procesos de fabricación, debido principalmente a la dificultad de sintonizar sus tres parámetros una vez en el propio campo de trabajo. En consecuencia, el siguiente objetivo de las compañías de instrumentación fue el de desarrollar reglas simples de sintonización capaces de ser usadas por los propios operarios de los procesos.

De nuevo fue la compañía de instrumentación Taylor la que se adelantó y en el año 1942 publicó el trabajo de dos de sus trabajadores, J. G. Ziegler y N. B. Nichols, en el que se explicaban dos procedimientos empíricos para calcular de forma sencilla los parámetros adecuados del controlador PID [170]. Ambos procedimientos seguían como criterio de sintonía el hecho de que la razón de decaimiento fuera de un cuarto, es decir, que la amplitud de la segunda oscilación fuera cuatro veces menor que la amplitud de la primera. Estos dos procedimientos de sintonización eran los siguientes:

### 1. Método de sintonización del ciclo último

Este método se aplicaba solamente a sistemas en lazo cerrado y consistía en llevar al sistema a su límite de estabilidad. Esto se conseguía colocando el controlador solamente en el modo proporcional y aumentando o disminuyendo su ganancia hasta que el sistema oscilara indefinidamente en el estado estacionario. La ganancia para la cual se conseguía esta oscilación mantenida se le conoció con el nombre de ganancia última, la cual se usaba junto al periodo de oscilación, denominado periodo último, para calcular los parámetros del controlador P, PI o PID. Además de ser un método sencillo era un método que se podía llevar a cabo en el propio campo de trabajo por los operarios del proceso. Sin embargo, al llevar el sistema a su límite de estabilidad se corría el riesgo de hacer que el proceso llegase a estar fuera de control.

### 2. Método de sintonización de la curva de reacción

Este método se aplicaba al sistema en lazo abierto y consistía en analizar la respuesta del proceso en lazo abierto ante una perturbación escalón. En este método se necesitaba registrar la respuesta para calcular con ella la velocidad de reacción, el tiempo muerto y la constante de tiempo del proceso. Posteriormente, con estos valores, se obtenían los parámetros del controlador P, PI o PID mediante unas sencillas ecuaciones. Este método se usó con más frecuencia que el anterior debido a que además de ser sencillo y rápido, no había peligro de desestabilizar el proceso.

A pesar del éxito cosechado, estas sencillas reglas de sintonización no conseguían alcanzar una relación de decaimiento de un cuarto, de forma que las respuestas que se obtenían eran más oscilatorias de lo deseado cuando el retardo era dominante en el proceso. Por este motivo, las compañías de instrumentación, incluidas las compañías líderes del momento Taylor y Foxboro, se dedicaron a estudiar nuevos métodos de sintonización, dando lugar a la publicación de varios trabajos sobre nuevas reglas de sintonía, como las propuestas por P. Hazebroek y B. L. Van der Waerden [79], W. A. Wolfe [158] y K. L. Chien *et al.* [47].

En el año 1953, G. H. Cohen y G. A. Coon publicaron unas nuevas reglas de sintonización [55] que alcanzaron un gran éxito en la industria, comiendo terreno a los ya famosos métodos de sintonización de J. G. Ziegler y N. B. Nichols. El éxito de estas nuevas reglas residía en que permitían obtener una relación de decaimiento de un cuarto y por tanto respuestas menos oscilatorias. Al igual que las de J. G.

Ziegler y N. B. Nichols, estas reglas se basaban en el método de la curva de reacción, por el cual se obtenían la ganancia, la constante de tiempo y el retardo del proceso usando su respuesta ante un cambio escalón en la entrada. Posteriormente, con estos datos se calculaban los parámetros del controlador P, PI o PID a través de unas sencillas relaciones. El objetivo era no solo obtener una relación de decaimiento de un cuarto, sino que también minimizar el error de la respuesta del proceso. La limitación fundamental de estas reglas era que solamente se podían aplicar a procesos cuya respuesta ante un cambio en escalón fuese similar al de un modelo de primer orden con retardo.

Durante este periodo la compañía de instrumentación Taylor comercializó el controlador *Transiet Tri-act*, el cual seguía el principio descrito por Ralph E. Clarridge en 1950 [53]. Este controlador era un PID analógico en lugar de neumático y estaba construido con dos amplificadores en lugar de tres, tal y como se llevaba usando hasta entonces. El primer amplificador tenía una ganancia proporcional fija y una acción derivativa variable cuya salida se alimentaba a una segunda etapa con ganancia proporcional y acción integral variables. Esta estructura se conoció con el nombre de control PID en serie o interactivo y además de ahorrar costes permitía sintonizar el controlador para dar un buen comportamiento tanto en rechazo de perturbaciones como en cambios de referencia, algo que con la mayoría de las implementaciones anteriores no se podía conseguir [23]. Obviamente, tras la comercialización de esta estructura se empezaron a publicar reglas de sintonía para ella, como las de D. W. Pessen [127], A. Haalman [72] y T. J. McAvoy y E. F. Johnson [120].

En los años siguientes, los controladores PID se tuvieron que adaptar a las nuevas tecnologías, de manera que en el año 1959 la compañía Bailey Meter presentó el primer controlador electrónico, y ya en el 1964 la compañía Taylor implementó su primer lazo simple de control digital. A partir de entonces, aparecieron los primeros controladores PID digitales y con ellos nuevas reglas de sintonía, como las publicadas en 1973 por K. C. Chiu *et al.* [49]. En los años ochenta, los controladores PID digitales ya habían reemplazado completamente a los controladores análogos, surgiendo así la posibilidad de implementar diversas estructuras diferentes a las usadas hasta el momento. El desarrollo industrial de estas nuevas estructuras de control PID fue posible gracias a la gran cantidad de trabajos que se publicaron desde entonces para facilitar su sintonización, de tal forma que actualmente, el control PID es de lejos la forma de control más estudiada y usada en la industria. De hecho más del 90% de todos los lazos industriales de control son del tipo PID [6].

### 2.1.2 Estructuras de control

Como los términos proporcional, integral y derivativo de los controladores PID se pueden combinar de diversas formas y además pueden actuar sobre señales distintas a la del error, las estructuras que pueden adoptar estos controladores son muy numerosas. De entre todas, a continuación se van a explicar las más comunes.

#### Estructura en paralelo

Esta estructura es la más sencilla, y es conocida por ser la estructura estándar del controlador PID. Esta estructura se caracteriza por la conexión en paralelo de los elementos proporcional, integral y derivativo tal y como se aprecia en la figura 2.1.

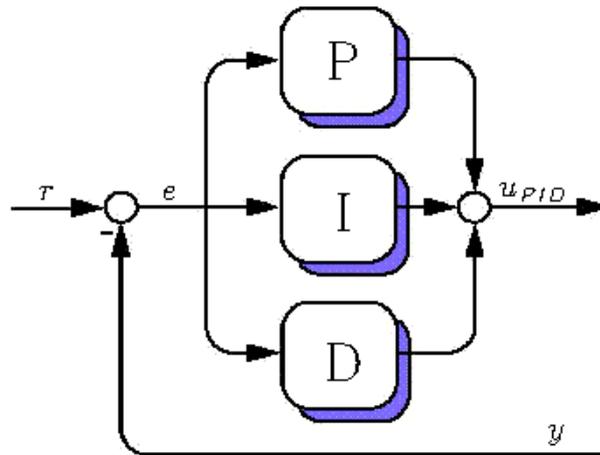


Figura 2.1: Estructura del controlador PID en paralelo

A esta estructura también se le conoce con el nombre de estructura desacoplada, pues en ella las tres acciones de control son independientes la una de la otra. Es decir, un cambio en cualquiera de sus constantes individuales solamente afectaría a ese término de control en concreto. La señal de control de esta estructura se expresa mediante la siguiente función de transferencia:

$$u_{PID}(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} + \tau_d s \right) e(s) \quad (2.7)$$

A partir de las constantes ya definidas,  $k_p$ ,  $\tau_i$  y  $\tau_d$ , se pueden definir otras constantes características del control PID como son la ganancia integral,  $k_i = \frac{k_p}{\tau_i}$ , y la ganancia derivativa,  $k_d = k_p \tau_d$ , de manera que la señal de control, (2.7), se puede expresar también como:

$$u_{PID}(s) = \left( k_p + \frac{k_i}{s} + k_d s \right) e(s) \quad (2.8)$$

Aunque esta estructura es la más sencilla y conocida, lo cierto es que presenta ciertos problemas cuando ocurren cambios bruscos en la señal de referencia. Para evitar la aparición de problemas se recurre a una de las siguientes estructuras.

### Estructura PI-D

Un problema presente en el control de procesos es la discontinuidad de la señal de referencia cuando hay cambios en escalón, ante los cuales el algoritmo de control PID en paralelo proporciona señales de control excesivamente elevadas. Esto se debe a que ante esos cambios bruscos de consigna, el error experimenta un impulso que a su vez se transmite a la señal de control de forma amplificada mediante el término derivativo. Para evitar estas señales de control excesivamente elevadas normalmente se usa la estructura de control PI-D en la que la acción derivativa actúa únicamente sobre la salida del proceso tal y como se observa en la figura 2.2.

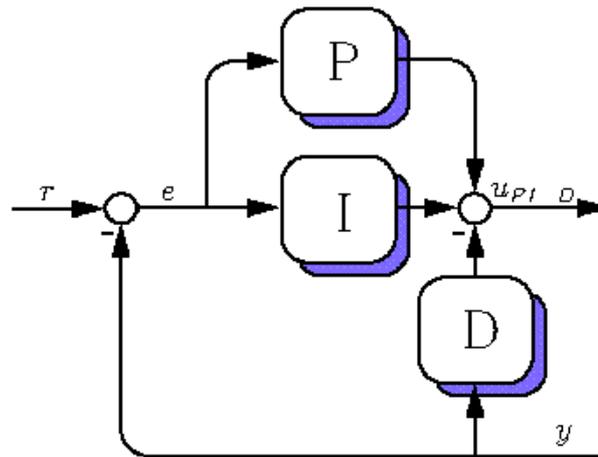


Figura 2.2: Estructura del controlador PI-D

Para esta estructura, la señal de control viene dada mediante la siguiente expresión:

$$u_{PI-D}(s) = \left( k_p + \frac{k_i}{s} \right) e(s) - k_d s y(s) \quad (2.9)$$

Ante cambios en la señal de referencia la respuesta del sistema con esta estructura es más lenta y más oscilatoria que la obtenida con la estructura en paralelo,

alargando por tanto el transitorio. Así pues, a pesar de reducir la magnitud de la señal de control, esta estructura no mejora la respuesta del proceso [60].

### Estructura I-PD

La estructura anterior no elimina por completo las discontinuidades que los cambios en la referencia introducen en la señal de control, pues solamente tiene en cuenta el término derivativo y no el término proporcional. Por ello, para evitar completamente esta transferencia de discontinuidades, en esta estructura se hace que la acción proporcional también actúe sobre la salida del proceso. Por tanto, tal y como se observa en la figura 2.3, la acción integral es la única que va a actuar sobre la señal de error:

$$u_{I-PD}(s) = \frac{k_i}{s}e(s) - (k_p + k_d s)y(s) \quad (2.10)$$

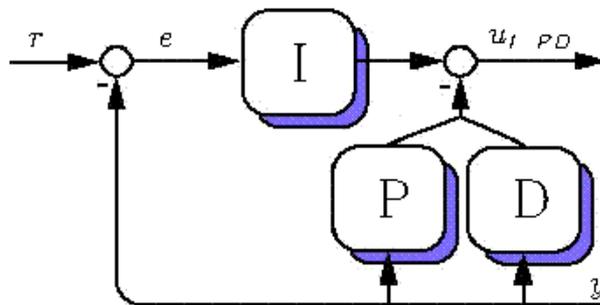


Figura 2.3: Estructura del controlador I-PD

Al usar esta estructura, las respuestas que se obtienen son más lentas, menos oscilatorias y con el mismo transitorio que las obtenidas con la estructura en paralelo, siendo por tanto mejores. Además, el esfuerzo de la señal de control es mucho menor, por lo que esta estructura se suele usar en sistemas de control con grandes cambios en la referencia [60].

### Estructura con factores de peso

Esta estructura tiene una configuración similar a la del controlador PID en paralelo pero con la diferencia de que contiene diferentes parámetros en la señal de referencia llamados factores de peso [76], tal y como se observa en la figura 2.4. Estos factores pueden tomar valores comprendidos entre 0 y 1; y se usan para fijar la influencia que va a tener la referencia sobre la señal de error.

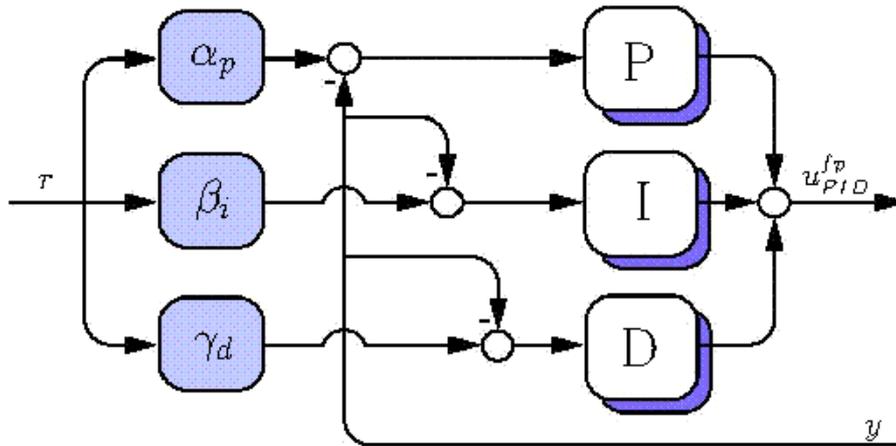


Figura 2.4: Estructura del controlador PID con factores de peso

El algoritmo de esta estructura PID viene dado por:

$$u_{PID}^{fp}(s) = k_p(\alpha_p r(s) - y(s)) + \frac{k_i}{s}(\beta_i r(s) - y(s)) + k_d s(\gamma_d r(s) - y(s)) \quad (2.11)$$

Esta estructura es una generalización de las tres estructuras anteriores, pues a partir de ella se pueden obtener las demás para determinados valores de los factores de peso:

1. Estructura PID en paralelo:  $\alpha_p = 1$ ,  $\beta_i = 1$  y  $\gamma_d = 1$
2. Estructura PI-D:  $\alpha_p = 1$ ,  $\beta_i = 1$  y  $\gamma_d = 0$
3. Estructura I-PD:  $\alpha_p = 0$ ,  $\beta_i = 1$  y  $\gamma_d = 0$

Para valores intermedios de los factores de peso, éstos actúan como un filtro frente a los cambios bruscos de la referencia, disminuyendo las discontinuidades de la señal de control.

### Estructura en serie

En esta estructura el término integral se aplica tanto a la señal de error como a su derivada. Se le conoce también con el nombre de estructura interactiva debido a que la modificación de  $\tau_d$  afecta al resto de las acciones de control, tal y como se observa en la figura 2.5.

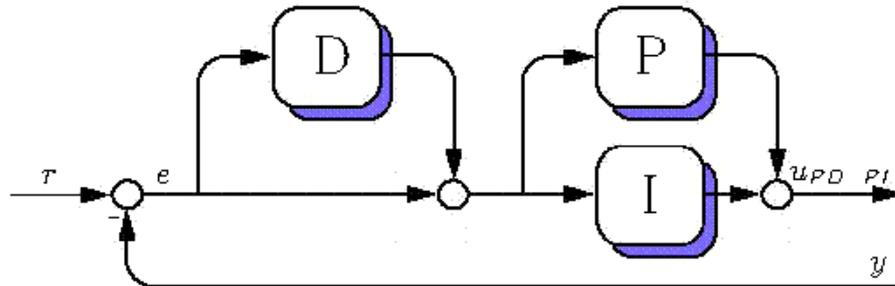


Figura 2.5: Estructura del controlador PID en serie

Su señal de control viene dada por:

$$u_{PD-PI}(s) = k_p \left( 1 + \tau_d s \right) \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (2.12)$$

Como ya se explicó anteriormente, aunque este algoritmo surgió en el control analógico para ahorrar costes, pues usaba dos amplificadores en lugar de tres, actualmente se sigue usando en algunos procesos industriales.

### Estructura con filtro

Cuando se usa cualquiera de las estructuras PID anteriores en procesos industriales, los sensores introducen ruido a altas frecuencias en la variable medida, influyendo de distinta forma en los diversos términos del control PID. En la figura 2.6 se ha dibujado el diagrama de Bode de los términos P, I, D y D con un filtro para comprobar la influencia del ruido sobre cada uno de ellos.

En el caso del término proporcional, el ruido se amplifica de manera constante en todas las frecuencias, pero al depender esta amplificación de la ganancia proporcional, el ruido no será un problema en este término. Para el término integral el ruido tampoco va a suponer ningún problema pues la medida del ruido a altas frecuencias se atenuará debido a la caída de 20 dB por década característica de la acción integral. El verdadero problema se va a encontrar en el término derivativo, pues este término experimenta un aumento de ganancia de 20 dB por década, lo que produce una amplificación creciente del ruido a altas frecuencias.

Para prevenir esta indeseable amplificación del ruido en el término derivativo lo más común es añadir un filtro paso bajo de manera que la ganancia a altas frecuencias de la acción derivativa queda limitada tal y como se observa en la figura

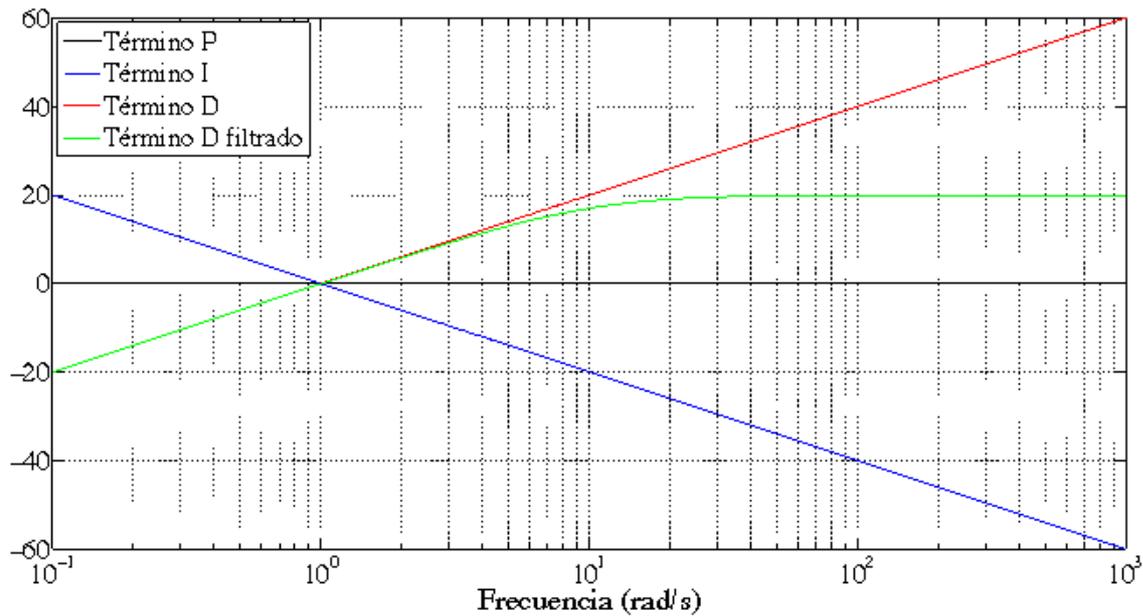


Figura 2.6: Magnitud (dB) de los términos del controlador PID

2.6. La acción de control derivativa con filtro normalmente es la que se usa en todas las estructuras explicadas anteriormente, sustituyendo su término derivativo por:

$$u_D^f(s) = \frac{\tau_d s}{\tau_f s + 1} e(s) \quad (2.13)$$

donde  $\tau_f$  es la constante de tiempo del filtro que normalmente se expresa como un cociente de la constante de tiempo derivativa,  $\tau_f = \frac{\tau_d}{n_f}$ . En los controladores PID comerciales típicos,  $n_f$  se selecciona en el rango  $5 \leq n_f \leq 20$  [100], para que la influencia del filtro sobre la respuesta del controlador sea despreciable.

### 2.1.3 Métodos de sintonía

Conforme el uso de los controladores PID en la industria crecía, también lo hacía el interés por definir métodos sencillos para calcular sus parámetros. Además, con cada estructura que se inventaba aparecían gran cantidad de publicaciones para sintonizarla. Por ello, en la actualidad existen infinidad de trabajos en los que se proponen diversos métodos de sintonización para diferentes procesos. En líneas generales, los métodos que se han propuesto a lo largo de la historia se pueden clasificar atendiendo al criterio usado para obtener los parámetros del controlador PID [125]. A continuación, se explican brevemente los métodos de sintonía más comunes junto a los trabajos más representativos de cada uno de ellos.

### Curva de reacción

Este método se basa en obtener primeramente el modelo del proceso a partir de su respuesta en escalón, para posteriormente calcular las constantes del controlador PID a partir de los parámetros del modelo obtenido. Originalmente este método fue propuesto por J. G. Ziegler y N. B. Nichols [170] para procesos modelados por un primer orden con retardo. A partir de este trabajo surgieron otros en los que se usaban este método para sintonizar controladores PID en paralelo en modelos de primer orden con retardo [4, 47, 55, 79, 138, 158] y en modelos con un integrador y retardo [63, 146, 158, 170]. Además, también se ha usado este método para sintonizar otro tipo de controladores PID, como los que usan factores de peso [5].

Las ventajas de este método de sintonización son que solamente se necesita una prueba experimental, que no se requiere un procedimiento de ensayo y error y que la sintonización del controlador se consigue fácilmente. Sin embargo, presenta diversos inconvenientes entre los cuales destacan el hecho de que es difícil obtener un modelo preciso del proceso, además de que pueden ocurrir cambios en la carga durante la prueba distorsionando los resultados.

### Ciclo último

Este otro método consiste en llevar al sistema de control en lazo cerrado a su estabilidad marginal provocando una oscilación indefinida. A partir de esta oscilación se obtiene la ganancia última del controlador y su periodo de oscilación último, con los que se calculan los parámetros del controlador PID. La primera regla de este tipo fue definida por J. G. Ziegler y N. B. Nichols [170] para la sintonización de controladores P, PI y PID en un proceso con o sin retardo. Estas reglas de sintonización establecen de manera implícita un margen de estabilidad adecuado en el dominio de la frecuencia para el sistema considerado.

Estas reglas se han usado para sintonizar modelos de primer orden con controladores PID en paralelo [3, 4, 7, 76, 94, 96, 128, 144, 168], con controladores PI-D [76, 77, 168] y con controladores PID en serie [127]. Además, se han sintonizado modelos con integradores y retardos [22, 94, 116, 146]. En concreto en [94], se identifica el proceso por un modelo de segundo orden con retardo, estable o inestable, y se proporcionan correlaciones fáciles de usar para sintonizar un controlador PID robusto en paralelo, con una razón de decaimiento deseada y una mínima integral del error.

Una de las ventajas de este método de sintonización es que se puede sintonizar el controlador sin conocer el modelo del proceso. Varios autores han aprovechado esta circunstancia para formular reglas de sintonía entre las que destacan aquellas usadas para sintonizar controladores PID en paralelo [5, 7, 9, 26, 58, 75, 95, 109, 118, 120, 128], aunque también las hay para controladores PID en serie [7, 127, 128], para controladores PI-D [65] y para controladores PID con factores de peso [118].

Aunque la sintonización del controlador con este método es fácil, generalmente el sistema se debe desestabilizar bajo la acción de control, lo que constituye un inconveniente. Otras desventajas es que normalmente se deben hacer varios ensayos para determinar la ganancia última, además estos ensayos suelen ser largos por lo que pueden ser perjudiciales para la calidad del producto. También existe el riesgo de malinterpretar un ciclo límite como la representación del límite de estabilidad.

### Optimización del comportamiento del lazo de control

Un procedimiento usual para la obtención de reglas de sintonización para los controladores PID es la optimización de índices de *performance* basados en la minimización del error cometido. De estos criterios, los más utilizados son los del criterio integral del error, de los cuales principalmente se usan los tres siguientes:

1. *Integral del Error Absoluto (IAE)*: penaliza los errores independientemente del tiempo en el que transcurren, por lo que se usa para obtener respuestas lo más rápidas posible con poca oscilación:

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (2.14)$$

2. *Integral del Tiempo por el Error Absoluto (ITAE)*: este índice penaliza los errores, por muy pequeños que sean, a tiempos grandes, por lo que su minimización permite obtener respuestas amortiguadas con bajo tiempo de asentamiento:

$$ITAE = \int_0^{\infty} t|e(t)| dt \quad (2.15)$$

3. *Integral del Error Cuadrático (ISE)*: penaliza los errores grandes de manera que con su minimización se obtienen respuestas rápidas y oscilatorias:

$$ISE = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (2.16)$$

Estos índices de *performance* se usan para optimizar la respuesta del sistema de control en lazo cerrado, que se caracteriza mediante las siguientes especificaciones temporales:

1. *Tiempo de subida* ( $t_r$ ): es el tiempo que tarda el sistema en alcanzar los alrededores de la referencia.
2. *Tiempo de asentamiento* ( $t_s$ ): es el tiempo que tarda el sistema en alcanzar el estado estacionario.
3. *Overshoot* ( $M_p$ ): es la máxima cantidad por la que el sistema sobrepasa la referencia dividida por su valor final. Normalmente se expresa en porcentaje.

Para optimizar la respuesta del sistema de control se buscan respuestas rápidas, pequeños valores de  $t_r$ , y transitorios cortos, pequeños valores de  $t_s$  y  $M_p$ .

Los primeros trabajos que aparecieron sobre este método fueron los de P. Hazebroek *et al.* [79] y T. J. McAvoy y E. F. Johnson [120] que minimizaban el índice ISE; el de A. M. López *et al.* [113] que minimizaban el índice ITAE; y el de A. A. Rovira *et al.* [137] en el que minimizaban tanto el índice ITAE como el IAE.

Hay casos en los que la referencia permanece constante y se necesita insensibilidad ante perturbaciones, por ello algunos trabajos sintonizan controladores PID para optimizar el lazo de control como regulador. Por ejemplo, hay trabajos en los que se sintonizan controladores PID en paralelo [93, 160] y PI-D [92, 102] para minimizar el índice IAE. También se minimizan el índice ITAE para controladores PID en paralelo [130, 142, 160], para controladores PI-D [102] y para la estructura en serie [131].

En otros casos, cuando la referencia varía constantemente se requiere un buen seguimiento y por ello conviene sintonizar el controlador para optimizar el lazo de control como servomecanismo. En estos casos, hay trabajos en los que se minimizan el índice IAE para estructuras del controlador PID en paralelo [92, 93, 154] y PI-D [92, 102]. También hay trabajos que minimizan el índice ITAE en controladores PID en paralelo [142, 154] y en controladores PI-D [102]; y otros que minimizan el índice ISE [102, 103, 154, 168].

Estos criterios de sintonía también se han usado para controladores PID con factores de peso, como el trabajo de H. Taguchi y M. Araki [143] en el que sintonizan el controlador para optimizar el lazo de control como regulador y servomecanismo simultáneamente, para distintos modelos del proceso.

### Síntesis directa

Con este método de sintonización se obtiene un controlador que proporciona una respuesta en lazo cerrado especificada de antemano. La forma de especificar esta respuesta puede ser mediante estrategias de colocación de polos, mediante técnicas en el dominio de la frecuencia, tales como la especificación del margen de ganancia y/o de fase y mediante la especificación de la constante de tiempo de la respuesta deseada.

La estrategia de colocación de polos se ha usado para sintonizar distintas estructuras del controlador PID, entre ellas la más abundante es la estructura en paralelo [2, 7, 25, 49, 56, 57, 72, 103, 135, 139, 141, 147, 153, 155, 152], aunque también se han estudiado la sintonización de controladores PID en serie [7, 141, 145], controladores I-PD [48] y controladores PID con factores de peso [5].

En otros trabajos se ha usado el método de la síntesis directa para sintonizar controladores PID en paralelo especificando el margen de ganancia y/o de fase para modelos de primer orden con retardo estables [82, 110, 112, 144, 151, 168] e inestables [59, 83, 149]; para modelos de segundo orden con retardo [78, 80, 81, 144, 156]; para plantas con integradores [132] y para modelos sin especificar [109].

Otra forma de especificar el comportamiento del sistema de control es la de fijar la constante de tiempo de la respuesta deseada. A esta estrategia de sintonización se le conoce con el nombre de control del modelo interno (IMC). Este método es robusto y permite incertidumbre en el proceso, y se ha usado para diseñar controladores PID en paralelo apropiados para la compensación de modelos de primer orden con retardo estables [31, 46, 64, 87, 97, 107, 133] o inestables [136]; para modelos de segundo orden con retardo [31, 46, 64, 78, 98, 107]; y para modelos con integradores [31, 164].

## 2.2 Controladores reseteados

La característica de los controladores reseteados consiste en que hacen cero uno o más de sus estados siempre que se cumpla cierta condición. Aunque su origen data de los años cincuenta, no es hasta finales de los noventa cuando se comienza un estudio formal y en profundidad de este tipo de controladores, abriendo el camino a las tres líneas principales de investigación que se siguen en la actualidad.

### 2.2.1 Orígenes

El primer sistema reseteado del que se tiene constancia data del año 1958, cuando se publicó el trabajo de J. C. Clegg [54]. El autor era consciente del perjuicio que tenía la presencia de integradores en el lazo de control para la estabilidad del sistema, pues cada integrador lineal introducía  $-90^\circ$  de fase en todas las frecuencias, pudiéndose llegar a un aumento de fase de  $-180^\circ$  cuando habían dos integradores en el lazo de control. Para solucionar este problema, J. C. Clegg definió un integrador no lineal cuya salida se hacía cero siempre que su entrada también lo fuera, conociéndose esta acción como acción de reset o simplemente reset. Este integrador reseteado se acabó conociendo con el nombre de integrador de Clegg (CI) y se representó mediante la estructura de la figura 2.7.

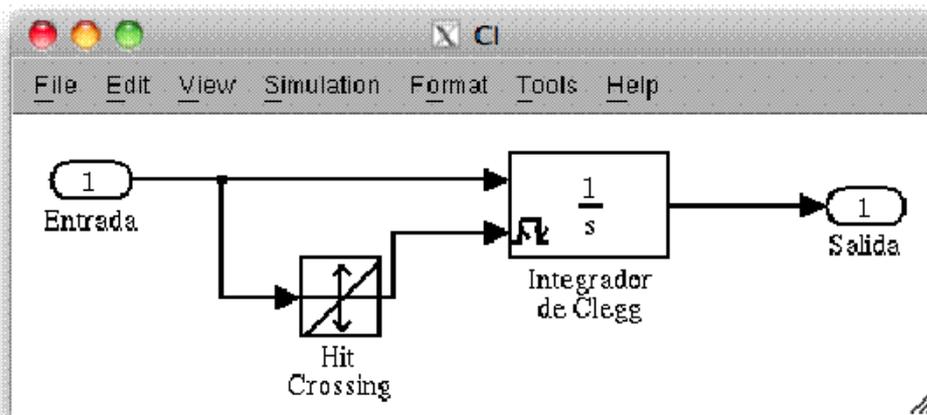


Figura 2.7: Estructura en *Simulink* de un CI

Este integrador se representó en el espacio de estados mediante la siguiente expresión:

$$CI : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= e(t), & e(t) \neq 0 \\ x_r(t^+) &= 0, & e(t) = 0 \\ u(t) &= x_r(t) \end{cases} \quad (2.17)$$

donde  $x_r(t^+)$  era el valor  $x_r(t + \epsilon)$  con  $\epsilon \rightarrow 0^+$ , es decir,  $x_r(t^+)$  hace referencia al instante justo después de la acción de reset.

En la figura 2.8 se ha considerado una entrada senoidal y se han representado las salidas de un integrador de Clegg y de un integrador lineal para comparar el comportamiento de ambos integradores. Se observa como la salida del CI se hace

cero en los instantes de reset,  $t_k = n\pi$ ,  $n = 1, 2, \dots$ , cuando la entrada senoidal es cero.

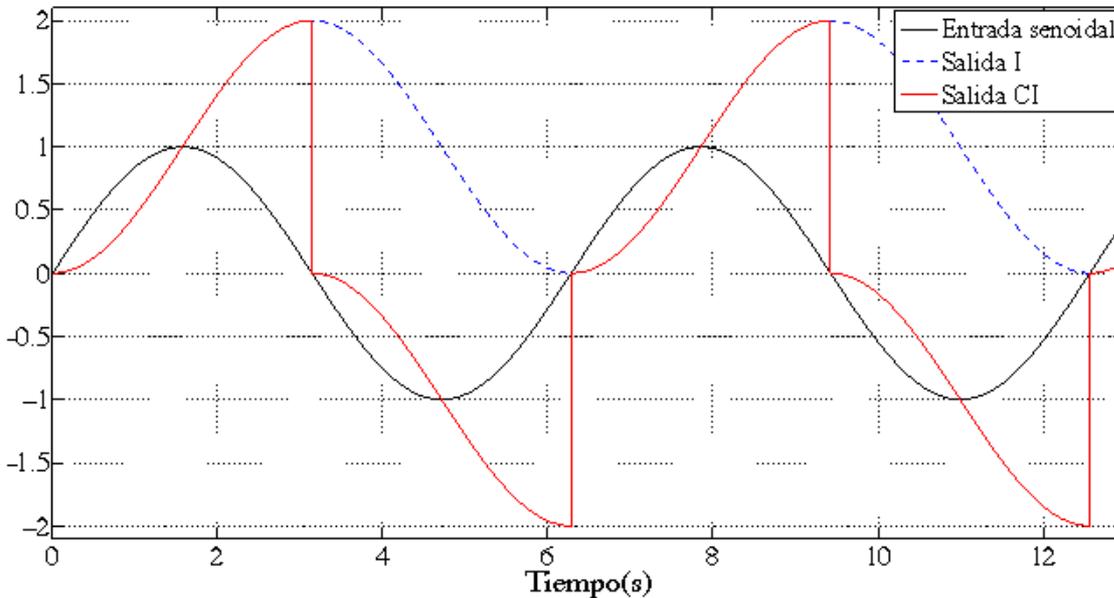


Figura 2.8: Respuestas ante una entrada senoidal (integrador lineal y CI)

En este artículo J. C. Clegg también calculó la función descriptiva de este integrador reseteado, obteniendo la siguiente expresión:

$$D_{CI}(j\omega) = \frac{1.62}{j\omega} e^{-j38.1^\circ} \quad (2.18)$$

Con esta expresión se observó que el integrador de Clegg permitía un adelanto de fase de  $52^\circ$  respecto del integrador lineal, proporcionando así un claro efecto estabilizador al lazo de control. El autor también estudió, aunque no de forma explícita, las ventajas de este integrador reseteado para disminuir el *overshoot* del sistema.

A pesar de las bondades de los sistemas reseteados, no fue hasta el año 1974 que K. R. Krishnan e I. M. Horowitz publicaron el primer trabajo sobre el diseño de estos controladores [105]. En este trabajo, se estudió el diseño de un sistema lineal realimentado con incertidumbre con el objetivo de alcanzar una respuesta con ciertas tolerancias usando para ello la Teoría de Realimentación Cuantitativa (QFT). Sin embargo los autores se encontraron con limitaciones fundamentales al diseñar un controlador lineal, como la amplificación del ruido del sensor denominada por los autores como el coste de la realimentación. Esta indeseable amplificación del ruido se debía a la relación existente entre la magnitud y la fase del sistema por la cual al

aumentar la fase se incrementaba la magnitud y viceversa [28].

Para superar esta limitación de los controladores lineales, los autores optaron por usar controladores reseteados consiguiendo así aumentar la fase del sistema sin aumentar apenas su magnitud, y por tanto sin aumentar el coste de la realimentación. El controlador reseteado que se usó en este trabajo era un controlador compuesto por una parte lineal conectada en serie a un integrador de Clegg, el cual a su vez estaba unido en paralelo a un integrador lineal de ganancia determinada  $b$ . El usar un integrador lineal en paralelo al CI se debía al hecho de que un integrador de Clegg en solitario no era capaz de eliminar el error en estado estacionario, objetivo fundamental de los integradores en el lazo de control.

También se observó que la respuesta del sistema de control reseteado tenía menor *overshoot* pero un *undershoot* mucho mayor que la respuesta lineal. Los autores concluyeron que esta degradación de la respuesta se debía al poco *overshoot* de la respuesta lineal, que hacía que el efecto del reset dominara hasta el siguiente instante de reset provocando así un gran *undershoot*. Para solucionar este problema los autores propusieron usar el pico de *undershoot*,  $u_p$ , como una especificación más de la respuesta. A partir de este valor pico se obtenía la ganancia correspondiente del integrador lineal,  $b$ , mediante la siguiente relación:

$$u_p = \frac{0.736}{1 + b} \quad (2.19)$$

Tras diseñar el sistema de control, los autores demostraron que los sistemas reseteados no sufrían la restricción de los sistemas lineales sobre la relación entre la ganancia y la fase, y que por tanto se podían alcanzar las especificaciones dadas sin amplificar el ruido del sensor, algo imposible de alcanzar con controladores lineales.

Un año después, en 1975, I. M. Horowitz publicó un nuevo trabajo, esta vez junto a P. Rosenbaum [89], en el cual volvieron a estudiar controladores reseteados para superar las restricciones del control lineal. Sin embargo en este trabajo los autores no usaron el CI como controlador reseteado debido a su comportamiento no lineal, sino que desarrollaron uno nuevo cuyo comportamiento era lineal sobre un determinado rango de frecuencias. Denominaron a este nuevo controlador reseteado como FORE (First Order Reset Element), y lo definieron como un integrador de Clegg realimentado con cierta ganancia  $b$ , tal y como se puede observar en su implementación en *Simulink* de la figura 2.9.

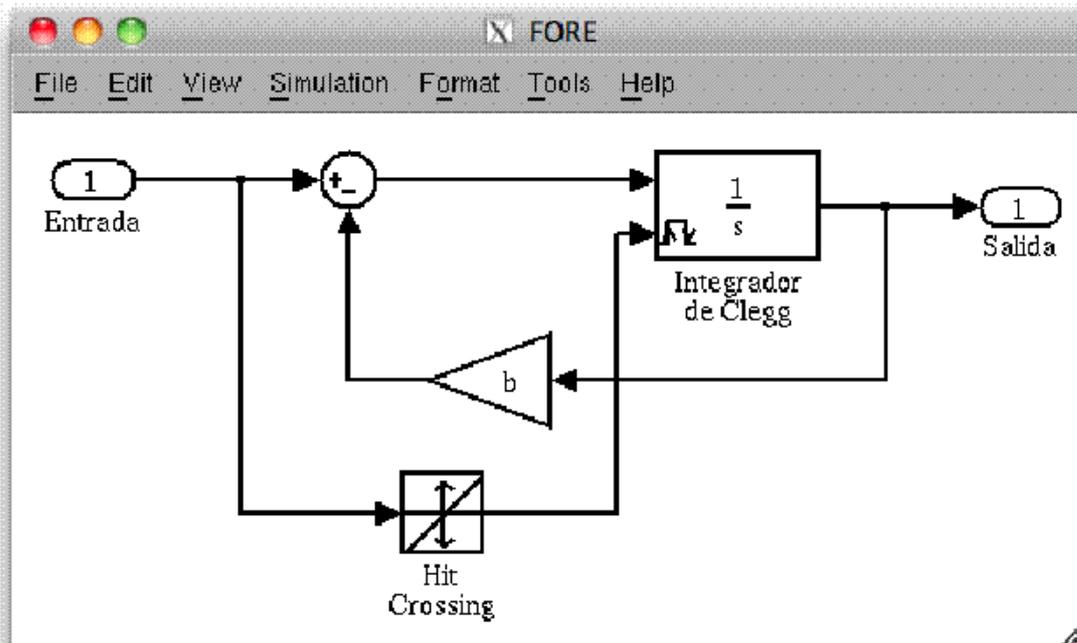


Figura 2.9: Estructura en *Simulink* de un FORE

Este controlador se representó en el espacio de estados mediante la siguiente ecuación diferencial impulsiva:

$$FORE : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= -bx_r(t) + e(t), & e(t) \neq 0 \\ x_r(t^+) &= 0, & e(t) = 0 \\ u(t) &= x_r(t) \end{cases} \quad (2.20)$$

donde  $x_r(t^+)$ , como ya se explicó, era el valor  $x_r(t + \epsilon)$  con  $\epsilon \rightarrow 0^+$ .

En la figura 2.10 se han representado las salidas de un FORE con y sin acción de reset ante una entrada senoidal.

Los autores diseñaron un controlador compuesto por un FORE y por un elemento lineal para plantas de segundo orden con incertidumbre usando de nuevo la teoría robusta de diseño QFT. Como conclusión, en este trabajo se demostró que el sistema de control reseteado proporcionaba una respuesta que satisfacía las especificaciones de diseño al igual que el lineal, pero con la ventaja de reducir considerablemente el coste de la realimentación.

Este artículo de I. M. Horowitz y P. Rosenbaum se puede considerar como el último trabajo que se publicó sobre controladores reseteados en años, pues aunque

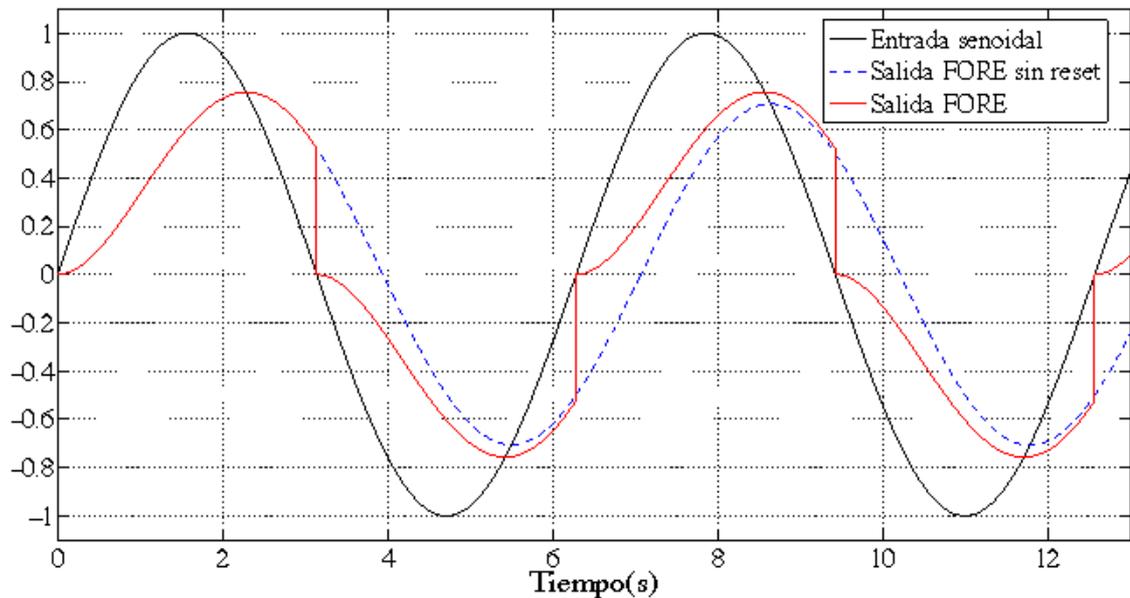


Figura 2.10: Respuestas ante una entrada senoidal (FORE con y sin reset)

en 1977 C. A. Karybakas publicó un trabajo sobre estos controladores [101], en este artículo no se desarrolló nada nuevo sobre este tipo de control, sino que se limitó a comparar el comportamiento de un CI con un integrador no lineal de su propia invención.

### 2.2.2 Desarrollo

Tras los anteriores trabajos, no se volvió a publicar ningún artículo sobre controladores reseteados hasta casi veinte años después, cuando se retomó su estudio. Este parón se debió a la falta de herramientas para el correcto estudio de estos particulares controladores no lineales.

El primer trabajo que retomó el estudio de controladores reseteados se publicó en el año 1995, cuando J. E. Bobrow *et al.* estudiaron el comportamiento de estos controladores sobre estructuras flexibles [27]. En este artículo no se referenció a ninguno de los trabajos anteriores sobre controladores reseteados, por lo que se puede deducir que es totalmente original sin influencia de los trabajos ya publicados. Los autores, mediante resultados experimentales, llegaron a la conclusión de que los sistemas reseteados disipaban energía en situaciones en las cuales ésta era máxima.

En el año 1997, se inició realmente una nueva era en el estudio de los controladores reseteados, con el trabajo de H. Hu, Y. Zheng, Y. Chait y C. V. Hollot [90],

en el cual prosiguieron con el estudio de sistemas de control reseteado iniciado anteriormente por J. C. Clegg e I. M. Horowitz. En este trabajo, que posteriormente fue publicado en revista [91], se consideró como controlador reseteado el integrador de Clegg. Los autores estudiaron la estabilidad de este sistema de control en el caso autónomo y proporcionaron una condición de estabilidad definitiva para plantas de segundo orden. Esta condición de estabilidad se basaba en considerar al sistema reseteado como un sistema invariante y discreto en el tiempo. Estos trabajos también proporcionaban resultados preliminares para plantas de mayor orden.

En este mismo año, C. V. Hollot publicó junto a algunos de los autores anteriores otro trabajo [85] en el cual estudiaron de nuevo la estabilidad de sistemas de control reseteados autónomos compuestos por un integrador de Clegg. La novedad de este trabajo residía en un nuevo enfoque de estabilidad, el cual se basaba en una restricción cuadrática integral.

Un par de años más tarde, este mismo grupo de investigación junto a nuevos componentes, como O. Beker y Q. Chen, publicaron una serie de trabajos en los que se estudiaron distintos aspectos de los sistemas de control reseteados. En estos trabajos se analizaron la estabilidad de los controladores reseteados compuestos por un FORE ante perturbaciones constantes para distintos tipos de sistemas. En concreto se estudió la estabilidad para sistemas con una entrada y una salida (SISO) [21], para sistemas con entradas múltiples y salidas múltiples (MIMO) [16] y para sistemas con entrada acotada salida acotada (BIBO) [42]. Estos autores también caracterizaron en otros trabajos la respuesta del sistema de control reseteado tanto su estado estacionario como su transitorio, este último mediante la caracterización de su *overshoot*, de su tiempo de subida y de su tiempo de asentamiento ante una entrada escalón [19, 41, 45, 84].

Otros trabajos que publicaron estos mismos autores sobre sistemas de control reseteado se basaban en estudiar la respuesta de tales sistemas ante entradas senoidales. El objetivo de estos trabajos era el de estudiar la respuesta del sistema de control compuesto por un FORE ante el ruido del sensor. En estos trabajos demostraron que existen ciclos límite simples inducidos bajo la excitación senoidal del sensor [17], a la vez que estudiaron su estabilidad local [18].

Además de estos trabajos teóricos, este grupo de investigación también publicó algunos trabajos experimentales sobre sistemas de control reseteado [43, 44, 165], en los que se demostraron que el sistema de control reseteado aumentaba el nivel de supresión del ruido del sensor sin sacrificar ni el rechazo de perturbaciones ni los

márgenes de estabilidad.

El último trabajo que publicó este grupo de investigación sobre sistemas de control reseteados fue en el año 2004, en el que O. Beker *et al.* consideraron controladores reseteados de estructura general, permitiendo así trabajar con controladores de alto orden y reseteados parcialmente, es decir, algunos estados del controlador experimentaban la acción de reset y otros no [20]. Estos sistemas reseteados se expresaron mediante la siguiente ecuación diferencial impulsiva:

$$C^{\sigma} : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r e(t), & e(t) \neq 0 \\ x_r(t^+) &= A_{\rho} x_r(t), & e(t) = 0 \\ u(t) &= C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (2.21)$$

donde  $A_r \in \mathbb{R}^{n_r \times n_r}$ ,  $B_r \in \mathbb{R}^{n_r \times 1}$ ,  $C_r \in \mathbb{R}^{1 \times n_r}$  y  $D_r \in \mathbb{R}$ . La matriz  $A_{\rho} \in \mathbb{R}^{n_r \times n_r}$  era una matriz diagonal que seleccionaba los estados que se iban a hacer reset:

$$A_{\rho} = \begin{pmatrix} I_{n_{\rho}} & 0 \\ 0 & 0_{n_{\rho}} \end{pmatrix} \quad (2.22)$$

siendo  $n_{\rho}$  los estados que no se hacían reset y  $n_r$  los que sí. En este artículo se dio una condición suficiente y necesaria para la estabilidad cuadrática de los sistemas de control reseteado en general, y lo unió tanto a la estabilidad BIBO del sistema como a su comportamiento en estado estacionario. Al contrario que en los trabajos anteriores estos resultados de estabilidad no requerían suposiciones en la evolución de los instantes de reset.

Si bien, aunque fue este grupo de investigación el que realmente impulsó el estudio de los controladores reseteados, durante esos años también hubieron otros autores que publicaron trabajos sobre este tipo de controladores, como R. T. Bupp *et al.* [33] y W. H. Haddad *et al.* [73]. Sin embargo, estos trabajos se pueden considerar más bien como trabajos de control impulsivo con un enfoque temporal, muy relacionados con los sistemas disipativos y los conceptos energéticos.

### 2.2.3 Estado actual

Tras el impulso que los trabajos anteriores dieron al estudio de los sistemas de control reseteado, otros autores siguieron con el estudio de estos sistemas hasta llegar a la actualidad. Estos nuevos trabajos se pueden clasificar en tres líneas de investigación según la condición de reset que usan los autores.

### Sistemas de control reseteado con condición de reset alternativa

En el año 2005, L. Zaccarian *et al.* publicaron un trabajo [161] en el que aplicaron la nomenclatura definida para sistemas híbridos [66] a los sistemas reseteados de manera que definieron nuevos modelos del CI y del FORE. Estos modelos se diferenciaban de los originales en la condición de reset, de manera que en esta nueva definición los estados del controlador se hacían cero no cuando la entrada era nula, sino cuando la entrada y la salida eran de signo contrario. De esta manera dividieron el espacio de estados en dos conjuntos cerrados, uno en el que el sistema fluía y el otro en el que el sistema hacía reset. Esta nueva condición de reset solamente coincidía con la original en aquellos casos en los que todos los estados del controlador se hacían cero, como es el caso del CI y del FORE.

Los autores adoptaron por tanto en el espacio de estados la siguiente representación general para controladores reseteados:

$$C^r : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r e(t), & e(t) \cdot u(t) \geq 0 \vee \tau_r \leq \rho \\ \dot{\tau}_r(t) &= 1 \\ x_r(t^+) &= A_\rho x_r(t), & e(t) \cdot u(t) \leq 0 \wedge \tau_r \geq \rho \\ \tau_r(t^+) &= 0 \\ u(t) &= C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (2.23)$$

donde  $\rho$  era un número real positivo y  $\tau_r$  corresponde a la regularización temporal que los autores añadieron para evitar efectos indeseados como las soluciones Zeno.

Estos mismos autores, publicaron otros trabajos en los que estudiaron de manera más extensa la estabilidad de estos sistemas usando funciones de Lyapunov a trozos, que permitían establecer la estabilidad  $\mathcal{L}_2$  de ganancia finita desde una perturbación a la entrada de la planta hasta la salida de la misma [122, 123, 124, 162].

Como esta nueva condición de reset no coincidía con la original en todos los casos, los autores propusieron la idea de hacer reset el controlador no a cero sino a un valor dado [163], y comprobaron que la respuesta del sistema de control reseteado alcanzaba el estado estacionario en el primer instante de reset en ausencia de perturbaciones y de incertidumbres. Aunque en teoría esta idea era buena, en la práctica carecía de toda robustez pues supone ausencia total de perturbaciones y una identificación perfecta del proceso.

Otros autores usaron esta misma notación para estudiar la estabilidad  $\mathcal{L}_2$  de estos sistemas bajo saturación de la señal de control [114] y ante referencias constantes

[115]. También se ha estudiado el comportamiento de estos sistemas en el sentido  $\mathcal{H}_2$  [1, 157].

### Sistemas de control reseteado con condición de reset original

A pesar de la nueva definición de reset, otros autores, como A. Baños, A. Barreiro y sus respectivos grupos de investigación, publicaron diversos trabajos en los que mantuvieron la condición de reset original, por la cual el sistema reseteado se hacía cero siempre que su entrada también lo fuera. Con esta condición el sistema podía fluir en cualquier punto del espacio salvo en un conjunto determinado de medida cero. La ventaja de usar la condición de reset original en lugar de la alternativa residía en la posibilidad de poder hacer reset solamente ciertos estados del controlador sin perder con ello robustez en el sistema.

Estos autores estudiaron la estabilidad de controladores reseteados de estructura general usando funciones de Lyapunov y conjuntos de reset permitidos [14, 13]. También extendieron los resultados de O. Beker [20] a controladores reseteados completamente con entradas externas [38], y estudiaron la pasividad y estabilidad  $\mathcal{L}_2$  de estos controladores aplicados a plantas no lineales ante referencias y perturbaciones [39].

Por último, estos autores también han estudiado la estabilidad de sistemas de control reseteados con retardo usando tanto funciones de Lyapunov y pasividad en el dominio temporal como el lemma de Kalman-Yakubovich-Popov [11, 12] en el dominio frecuencial; además de proponer diversas técnicas para solucionar los efectos negativos del retardo sobre la acción de reset [15, 62].

### Sistemas de control reseteado a tiempos fijos

En esta última línea de investigación G. Guo *et al.* estudiaron los controladores reseteados fijando de antemano los tiempos en los que se iba a hacer reset [71, 69, 70], de manera que definieron el controlador reseteado en el espacio de estados mediante la siguiente expresión:

$$C^r : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r e(t), & t \neq t_k \\ x_r(t^+) &= F_r(k) x_r(t) + G_r(k) e(t), & t = t_k \\ u(t) &= C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (2.24)$$

donde  $F_r(k)$  y  $G_r(k)$  se seleccionaban en cada instante de reset,  $t_k$ , siguiendo lo que los autores denominaban como regla de reset. Estos autores también llevaron

a cabo una aplicación experimental de este tipo de control reseteado sobre un servomecanismo en un disco duro, obteniendo excelentes resultados ante rechazo de perturbaciones [111].

En otros trabajos estos autores estudiaron sistemas de control reseteado con una particularidad, la de llevar los estados del controlador no a cero sino a un cierto valor no nulo. Este valor se calculaba *on-line* a partir de los estados del sistema para obtener un *performance* óptimo. Los resultados obtenidos se aplicaron al control experimental de la posición de un elemento piezoeléctrico [166, 167], obteniendo respuestas sin apenas *overshoot*.

## 2.2.4 Acción de reset en controladores PID

En los últimos tres años, se han publicado tres trabajos en los que se han estudiado la aplicación de la acción de reset sobre controladores de tipo PID. El primero de ellos, fue el de F. Hong y W. E. Wong [86] en el que propusieron una nueva estructura de control formada por dos controladores PI estrictamente propios conectados en paralelo, de manera que uno de ellos se hacía reset mientras que el otro era lineal. En el controlador PI reseteado usaron un FORE en lugar de un CI, mientras que en el controlador lineal impusieron la necesidad de tener un integrador puro para poder así eliminar el error en estado estacionario y alcanzar la referencia. Los autores usaron esta estructura en el control del servomecanismo de un disco duro, demostrando la eficacia de la acción de reset a la hora de reducir el *overshoot* y el tiempo de asentamiento de la respuesta del sistema de control reseteado, mejorando por tanto el transitorio de la respuesta lineal. Sin embargo, esta estructura de control presentaba el inconveniente de que al sintonizar dos controladores PI, el lineal y el reseteado, se tenía que tener la precaución de que el término integral del controlador lineal fuera lo suficientemente predominante en el sistema como para evitar grandes *undershoots* en la respuesta, tal y como explicó I. M. Horowitz en [105].

Un año después, en el 2007, D. Wu *et al.* publicaron un trabajo en el que se usó como controlador base un PID [159]. Este controlador fue denominado como RIDE (del inglés *Reset Integral Derivative Element*), y como su nombre indica en él se hacía reset tanto el término integral como el derivativo. El hecho de hacer reset sobre el término derivativo residía en la necesidad de eliminar las discontinuidades que éste término transmitía a la señal de control cuando habían cambios bruscos en la referencia. Los autores usaron este controlador, conectado en serie con un controlador lineal para compensar posibles resonancias en el control del servomecanismo

de un disco duro, modelado a bajas frecuencias como un doble integrador. Con este esquema de control, demostraron que el margen de fase y de ganancia aumentaban al hacer reset el controlador PID, de manera que el *overshoot* y el tiempo de asentamiento respecto al lineal disminuían, mejorando el transitorio de la respuesta. Además, también comprobaron que el controlador RIDE presentaba un mayor nivel de supresión de las perturbaciones. A pesar de los buenos resultados obtenidos, el controlador RIDE no se puede usar en procesos sin integradores, pues como ya se ha explicado anteriormente, ésto provocaría un error en estado estacionario permanente, impidiendo alcanzar la referencia.

Por último, el año pasado, J. Bakkeheim *et al.* publicaron un trabajo mayoritariamente práctico [10] en el que aplicaron la acción de reset a un controlador PI para el control de un motor de hélice marino. La particularidad de este trabajo residía en el hecho de que al hacer reset en el controlador PI, su estado no era llevado a cero, sino a otros valores fijados de antemano por un conjunto finito, para evitar la aparición del error en estado estacionario. Además, los autores usaron una estimación de la función de Lyapunov como herramienta de diseño de tal manera que el controlador PI solamente hacía reset en aquellos instantes en los que el efecto de la acción de reset conllevara un salto negativo en la función de Lyapunov. De esta manera aseguraban la estabilidad del sistema, evitando aquellos instantes de reset que podían ser perjudiciales. A pesar de mejorar el transitorio de la respuesta lineal, es decir, tanto el *overshoot* como el tiempo de asentamiento disminuían, esta estructura de control se debía usar con precaución, pues la decisión de hacer reset o no en un instante dado dependía de una aproximación de la función de Lyapunov y no de la función exacta, pudiendo empeorar la respuesta del sistema.



# Definición y estabilidad del controlador PI+CI

---

EN este capítulo se va a definir un nuevo tipo de controlador reseteado tomando como controlador base un controlador de tipo PID. Tras definir este nuevo controlador reseteado, al cual se le va a denominar con el nombre de controlador PI+CI, se van a explicar sus propiedades y particularidades en el espacio de estados y en el dominio de la frecuencia. Por último, tras comprobar la invalidez de las herramientas de estabilidad dadas hasta ahora en la literatura de control reseteado, se propondrán dos proposiciones basadas en funciones locales de Lyapunov. Con estas proposiciones se va demostrar la estabilidad de un controlador PI+CI en sistemas con y sin retardo mediante sendos ejemplos numéricos.

### 3.1 Sistemas de control reseteado

En este trabajo los controladores reseteados que se van a usar son aquellos que consideran la condición de reset original, por la que uno o más estados del controlador se hacen cero siempre que su entrada sea nula. Como ya se explicó en el capítulo anterior, un controlador reseteado de orden  $n_r$  con esta condición de reset se expresa en el espacio de estados mediante la siguiente ecuación diferencial impulsiva:

$$C^r : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r e(t), & e(t) \neq 0 \\ x_r(t^+) &= A_p x_r(t), & e(t) = 0 \\ v(t) &= C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (3.1)$$

donde  $A_r \in \mathbb{R}^{n_r \times n_r}$ ,  $B_r \in \mathbb{R}^{n_r \times 1}$ ,  $C_r \in \mathbb{R}^{1 \times n_r}$  y  $D_r \in \mathbb{R}$ . Recordemos que la matriz  $A_p \in \mathbb{R}^{n_r \times n_r}$  es una matriz diagonal que selecciona los estados que se van a hacer

cero,  $n_p$ , y los estados que van a permanecer invariables,  $n_r$ , ante el reset:

$$A_p = \begin{pmatrix} I_{n_r} & 0 \\ 0 & 0_{n_p} \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

Si se elimina la parte impulsiva del controlador reseteado (3.1), se obtiene el controlador base lineal  $C_{base}$ :

$$C_{base} : \begin{cases} \dot{x}_r(t) = A_r x_r(t) + B_r e(t) \\ v(t) = C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (3.3)$$

Precisamente es este controlador lineal el que se va a usar posteriormente en este trabajo como punto de partida para sintonizar un controlador reseteado.

Para estudiar el sistema de control reseteado con el controlador  $C^r$ , consideremos el siguiente esquema de control en lazo cerrado:

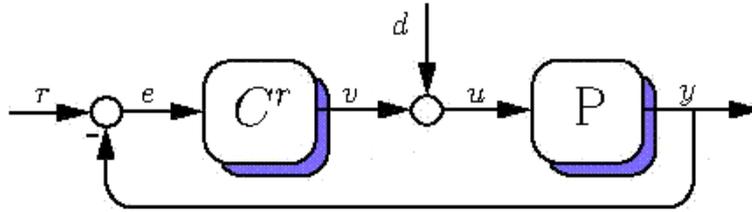


Figura 3.1: Sistema de control reseteado

donde  $P$  es el modelo del proceso a controlar con un retardo  $h$  en la entrada:

$$P : \begin{cases} \dot{x}_p(t) = A_p x_p(t) + B_p u(t - h) \\ y(t) = C_p x_p(t) \end{cases} \quad (3.4)$$

siendo  $A_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$ ,  $B_p \in \mathbb{R}^{n_p \times 1}$  y  $C_p \in \mathbb{R}^{1 \times n_p}$ .

Por tanto, considerando que el sistema de la figura 3.1 es autónomo:

$$e(t) = -y(t), \quad v(t) = u(t) \quad (3.5)$$

y definiendo el estado  $x = (x_p^T \ x_r^T)^T$  de dimensión  $n = n_p + n_r$ , donde  $\top$  denota transposición, el sistema de control reseteado se expresa en el espacio de estados mediante la siguiente ecuación diferencial impulsiva retardada:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_d x(t-h), & x(t) \notin \mathcal{M} \\ x(t^+) &= A_R x(t), & x(t) \in \mathcal{M} \\ y(t) &= Cx(t) \\ x(t) &= \phi(t), & t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (3.6)$$

donde  $\phi$  es la condición inicial y  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $A_d \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  y  $A_R \in \mathbb{R}^{n \times n}$  vienen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} A_p & 0 \\ -B_r C_p & A_r \end{pmatrix} \quad (3.7)$$

$$A_d = \begin{pmatrix} -B_p D_r C_p & B_p C_r \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.8)$$

$$C = \begin{pmatrix} C_p & 0 \end{pmatrix} \quad (3.9)$$

$$A_R = \begin{pmatrix} I_{n_p} & 0 \\ 0 & A_p \end{pmatrix} \quad (3.10)$$

En este sistema los instantes de reset  $t_k$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots$  se definen como aquellos instantes en los que el estado del sistema en lazo cerrado alcanza la superficie de reset  $\mathcal{M}$ , definida como:

$$\mathcal{M} = \{x(t) \in \mathbb{R}^n \mid Cx(t) = 0\} \quad (3.11)$$

Cuando no hay retardo en el proceso,  $h = 0$ , el sistema autónomo (3.6) se reduce a:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t), & x(t) \notin \mathcal{M} \\ x(t^+) &= A_R x(t), & x(t) \in \mathcal{M} \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \quad (3.12)$$

donde la matriz  $A$  en este caso sin retardo es:

$$A = \begin{pmatrix} A_p - B_p D_r C_p & B_p C_r \\ -B_r C_p & A_r \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

mientras que el resto de matrices,  $C$  y  $A_R$ , y la superficie de reset  $\mathcal{M}$  permanecen invariables.

### 3.1.1 Problemas temporales

En (3.6) se observa que en los sistemas de control reseteados se dan dos dinámicas distintas, una dinámica continua cuando el sistema fluye,  $e(t) \neq 0$ , y otra discreta cuando el controlador hace reset,  $e(t) = 0$ . Esta característica hace de estos sistemas de control un tipo particular de sistemas híbridos, y como tales presentan problemas temporales [74].

Los tres principales problemas temporales que se dan en el caso concreto de los sistemas de control reseteados son:

1. *Soluciones Zeno*: Ocurren cuando el sistema de control reseteado experimenta infinitas acciones de reset en un tiempo finito.
2. *Deadlock*: Este fenómeno se da cuando el sistema de control reseteado no cumple las condiciones ni para fluir según la dinámica continua ni para hacer reset, de manera que el sistema entra en un estado de bloqueo.
3. *Beating*: En este caso, el sistema de control reseteado experimenta una acción de reset tras otra sin posibilidad de pasar desde la dinámica discreta hasta la continua.

Para solucionar estos problemas temporales derivados del comportamiento híbrido del sistema de control, en [99] se propone lo que se denomina regularización temporal. Esta regularización asume que existe un límite inferior,  $\rho$ , sobre los intervalos de reset  $\Delta_k = t_k - t_{k-1} \geq \rho$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , de manera que tras cada acción de reset se deja fluir al sistema un tiempo mínimo arbitrariamente pequeño,  $\rho$ . Además de este límite inferior, también se va a suponer un límite superior sobre los intervalos de reset para asegurar que el sistema de control reseteado haga reset siempre, pues de lo contrario el sistema podría dejar de hacer reset en algún instante comportándose entonces como el controlador base lineal,  $C_{base}$ .

### 3.1.2 Soluciones del sistema

Asumiendo que existen límites superior e inferior en los intervalos de reset, la solución de la ecuación diferencial impulsiva retardada (3.6) sin acción de reset en el intervalo  $(t_k, t_{k+1}]$  viene dada por la solución del sistema base lineal e invariante en el tiempo (LTI):

$$x(t) = e^{A(t-t_k)}x(t_k) + \int_0^h e^{A(t-t_k-\tau_h)}A_d x(t_k + \tau_h - h) d\tau_h \quad (3.14)$$

asumiendo que  $t_0 = 0$ .

En general, en el caso autónomo las soluciones del sistema de control reseteado se pueden expresar por medio de la matriz de transición  $W(t, s, x_0)$  definida en [8] como:

$$x(t) = W(t, 0, x_0)x_0 + \int_0^t W(t, s, x_0)A_d\phi(s-h)ds \quad (3.15)$$

donde  $\phi(\xi) = 0$  para  $\xi > 0$  y  $x_0$  es la condición inicial.

Para el caso particular en el que el proceso no tiene retardo,  $h = 0$ , la matriz de transición para  $t > s$ ,  $t \in (t_k, t_{k+1}]$ , y  $s \in [t_{j-1}, t_j)$  queda como:

$$W(t, s, x_0) = e^{A(t-t_k)}A_R e^{A(t_k-t_{k-1})}A_R \dots A_R e^{A(t_j-s)} \quad (3.16)$$

donde los instantes de reset dependen de la condición inicial,  $t_k = \tau_k(x_0)$ . Además, en este caso, al no haber retardo, la matriz  $A$  viene dada por (3.13).

Por último, si se considera alguna entrada externa en el sistema de control reseteado, como una señal de referencia  $r(t)$ , el error viene dado por  $e(t) = r(t) - y(t)$ , y la ecuación del sistema en lazo cerrado se expresa en el espacio de estados por medio de:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + A_dx(t-h) + Br(t), & x(t) \notin \mathcal{M}_r \\ x(t^+) &= A_R x(t), & x(t) \in \mathcal{M}_r \\ x(t) &= \phi(t), & t \in [-h, 0] \end{cases} \quad (3.17)$$

donde la diferencia con (3.6) reside en la matriz  $B = \begin{pmatrix} 0 & B_r \end{pmatrix}^T \in \mathbb{R}^{1 \times n}$  y en la superficie de reset,  $\mathcal{M}_r$ :

$$\mathcal{M}_r = \{x(t) \in \mathbb{R}^n \mid r(t) - Cx(t) = 0\} \quad (3.18)$$

Para una referencia dada,  $r(t)$ , la matriz de transición va a depender de nuevo de los instantes de reset, aunque en este caso, estos instantes van a depender no solamente de la condición inicial, sino que también van a depender del valor de la señal de entrada,  $t_k = \tau_k(x_0, r)$ . Por tanto, las soluciones del sistema en lazo cerrado en presencia de retardo y de una señal de referencia se pueden expresar como [8]:

$$x(t) = W_r(t, 0)x_0 + \int_0^t W_r(t, s)A_d\phi(s-h)ds + \int_0^t W_r(t, s)r(s)ds \quad (3.19)$$

### 3.1.3 Estabilidad del sistema

La estabilidad de los sistemas de control reseteados se ha estudiado en la literatura en función de la condición de reset usada. Respecto a la definición original, el trabajo de referencia es el de O. Beker *et al.* [20] que establece la estabilidad del sistema autónomo sin retardo (3.12). Los autores imponen dos condiciones para que el sistema sea estable. La primera es que el sistema base lineal debe ser estable, y para ello la función de Lyapunov cuadrática debe decrecer a largo de las trayectorias del sistema. Esta condición equivale a encontrar una matriz definida positiva  $P = P^T$  tal que:

$$A^T P + P A < 0 \quad (3.20)$$

La segunda condición consiste en que la función de Lyapunov también debe decrecer en los instantes de reset. Esto se satisface si la matriz definida positiva  $P = P^T$  tiene la siguiente estructura:

$$\begin{pmatrix} 0_{n_o \times n_o} & 0_{n_o \times n_o} & I_p \end{pmatrix} P = \begin{pmatrix} \beta C_p & 0 & P_p \end{pmatrix} \quad (3.21)$$

donde  $P_p$  es una matriz simétrica definida positiva de orden  $n_p$  y  $\beta$  es un vector columna de dimensión  $n_p$ . Los autores engloban estas dos condiciones en una sola denominada condición  $H_\beta$  [20]:

**Proposición 3.1.** *El sistema de control reseteado (3.12) satisface la condición  $H_\beta$  si existen un  $\beta \in \mathbb{R}^{n_o}$  y una matriz definida positiva  $P_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$  tal que:*

$$H_\beta(s) \triangleq \begin{pmatrix} \beta C_p & 0_{n_o} & P_p \end{pmatrix} (sI - A)^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0'_{n_o} \\ I_{n_o} \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

es estrictamente real positiva, donde  $I_{n_o}$  es una matriz identidad de tamaño  $n_o \times n_o$  y  $0_{n_o}$  es una matriz de ceros de tamaño  $n_o \times n_p$ .

Por tanto, en [20] se afirma que el sistema de control reseteado (3.12) es cuadráticamente estable si y solo si se satisface la condición  $H_\beta$ . Como esta proposición se usa para sistemas sin retardo, la matriz  $A$  que se usa es la que viene dada por (3.13).

Posteriormente, A. Baños y A. Barreiro extendieron la condición  $H_\beta$  para estudiar la estabilidad dependiente del retardo de sistemas de control reseteados con retardo [11]. En este trabajo, usando pasividad se obtiene la siguiente condición frecuencial:

**Proposición 3.2.** *El sistema de control reseteado con retardo (3.6) es cuadráticamente estable si existen un  $\beta \in \mathbb{R}^{n_o}$  y una matriz definida positiva  $P_\rho \in \mathbb{R}^{n_o \times n_o}$  tal que:*

$$H(j\omega) \triangleq \begin{pmatrix} \beta C_1 & \beta C_2 & P_\rho \end{pmatrix} (j\omega I - A - A_d e^{-j\omega h})^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ 0'_{n_o} \\ I_{n_o} \end{pmatrix} \quad (3.23)$$

*es estrictamente real positiva, donde  $C_1$  y  $C_2$  corresponden a  $C = \begin{pmatrix} C_1 & C_2 & 0 \end{pmatrix}$ .*

Obviamente, como en este caso se considera el sistema con retardo, las matrices  $A$  y  $A_d$  corresponden a (3.7) y (3.8) respectivamente. Esta condición es equivalente a la condición  $H_\beta$  en ausencia de retardo. En este mismo trabajo, los autores aplicaron la proposición 3.2 sobre un sistema de control con un FORE, obteniendo excelentes resultados.

Otra forma para estudiar la estabilidad de estos sistemas de control reseteado con condición de reset original es la propuesta por J. Carrasco en su tesis doctoral [37], la cual se expresa como:

**Proposición 3.3.** *El punto de equilibrio  $x_e = 0$  del sistema sin retardo (3.12) es asintóticamente estable si se existe una matriz  $P > 0$  de forma que para todo intervalo de reset  $\Delta_k \in \mathcal{J}$ , siendo  $\mathcal{J}$  un intervalo cerrado, se satisface:*

$$e^{A^T \Delta_k} A_R P A_R e^{A \Delta_k} - P < 0 \quad (3.24)$$

*y se elige  $\mathcal{J}$  como el intervalo de reset permitido, donde  $A$  y  $A_R$  son las matrices dadas por (3.13) y (3.10) respectivamente.*

La ventaja de esta proposición es que se puede aplicar a sistemas inestables cuya matriz  $A$  tiene uno o más autovalores con parte real no estrictamente negativa, es decir,  $A$  no es Hurwitz.

Por último, cuando se considera la condición de reset alternativa [161], el sistema de control reseteado sin retardo se expresa mediante la siguiente ecuación diferencial impulsiva con regularización temporal:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t), & x(t) \in \mathcal{F} \vee \tau_r \leq \rho \\ \dot{\tau}_r(t) &= 1 \\ x(t^+) &= A_R x(t), & x(t) \in \mathcal{J} \wedge \tau_r \geq \rho \\ \tau_r(t^+) &= 0 \\ y(t) &= Cx(t) \end{cases} \quad (3.25)$$

donde el conjunto de flujo  $\mathcal{F}$  y el conjunto de salto  $\mathcal{J}$  son dos conjuntos cerrados y solapados definidos como:

$$\mathcal{F} = \{x(t) \in \mathbb{R}^n : x(t)^\top M x(t) \geq 0\} \quad (3.26)$$

$$\mathcal{J} = \{x(t) \in \mathbb{R}^n : x(t)^\top M x(t) \leq 0\} \quad (3.27)$$

siendo  $M$  una matriz simétrica que hace que la salida del controlador se multiplique por su entrada.

D. Nešić *et al.* estudiaron la estabilidad entrada-salida de estos sistemas ante una perturbación [124]. En este trabajo los autores usan funciones de Lyapunov localmente continuas para obtener el siguiente resultado:

**Proposición 3.4.** *Considere el sistema de control reseteado (3.25), donde los conjuntos  $\mathcal{F}$  y  $\mathcal{J}$  se definen con la matriz  $M$  según (3.26) y (3.27). Si se cumplen las siguientes desigualdades lineales de matrices (LMI) para las variables  $P = P^\top > 0$ ,  $\tau_F, \tau_R \geq 0$ ,  $\gamma > 0$ :*

$$\begin{pmatrix} A^\top P + PA + \tau_F M & PB & C^\top \\ B^\top P & -\gamma I & 0 \\ C & 0 & -\gamma I \end{pmatrix} < 0, \quad (3.28)$$

$$A_R^\top P A_R - P - \tau_R M \leq 0 \quad (3.29)$$

entonces, existe un  $\rho > 0$  lo suficientemente pequeño tal que el sistema de control reseteado (3.25) tiene una ganancia  $\mathcal{L}_2$  finita desde la perturbación hasta la salida, la cual es menor que  $\gamma$ .

Esta proposición, usada con funciones de Lyapunov a trozos, supera la limitación de la condición  $H_\beta$ , por la que solamente se podía aplicar a sistemas de control reseteado cuyo sistema base lineal era estable.

## 3.2 El controlador PI+CI

En el año 1940 H. W. Bode estableció que los controladores lineales poseen ciertas limitaciones fundamentales [28]. Estas limitaciones se basan en la relación fija que existe entre la fase y la magnitud de un sistema LTI, por la cual un aumento de su fase conlleva un aumento en su magnitud y viceversa. Como consecuencia de esta relación entre fase y magnitud, cuando se diseña un sistema LTI con una fase elevada, el ruido que introduce los sensores del proceso industrial se ve indeseablemente amplificado. En presencia de retardo, estas limitaciones son aún más severas, pues el retardo disminuye la fase del sistema a altas frecuencias, de manera que para conseguir una fase medianamente alta se debe aumentar la magnitud del sistema, con la consecuente amplificación del ruido del sensor.

Como se explicó en el capítulo anterior, para superar estas limitaciones de los sistemas lineales se definieron los controladores reseteados [54], con los que la fase del sistema de control disminuía sin apenas aumentar su magnitud. Por ello se podían obtener sistemas reseteados con igual fase que los lineales, pero con menor amplificación del ruido del sensor [89, 105]. En otros trabajos se aprovechó la menor fase que aportan los controladores reseteados para mejorar el transitorio del sistema de control lineal [19, 20, 41, 45], obteniendo respuestas iguales de rápidas pero con menor *overshoot* y menor tiempo de asentamiento.

Con vistas a aprovechar estos beneficios de la acción de reset, en esta sección se va a definir un nuevo controlador reseteado partiendo de uno de los controladores más usados en la industria.

### 3.2.1 Definición

Para definir un nuevo controlador reseteado se va a tomar como controlador base lineal,  $C_{base}$ , un controlador PI, pues de todos los controladores PID, es el más usado en la industria. Esto se debe a que en la práctica normalmente se desconecta el término derivativo para evitar así la amplificación del ruido que introducen los sensores en el lazo de control.

Como se vió en el capítulo anterior, la función de transferencia de un controlador PI depende tanto de su ganancia proporcional,  $k_p$ , como de su constante de tiempo integral,  $\tau_i$ , del siguiente modo:

$$C_{PI}(s) = k_p \left( 1 + \frac{1}{\tau_i s} \right) \quad (3.30)$$

A su vez, en el espacio de estados este controlador lineal se expresa usando solamente un estado,  $x_b(t)$ , correspondiente al término integral:

$$C_{PI} : \begin{cases} \dot{x}_b(t) &= e(t) \\ v(t) &= \frac{k_p}{\tau_i} x_b(t) + k_p e(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

A este controlador lineal se le va a añadir un integrador de Clegg para que de esta combinación surja un nuevo controlador con los beneficios de la acción de reset y la sencillez del controlador PI. Una opción a la hora de añadir el CI es la de colocarlo a la salida del controlador PI, aunque al hacer reset la señal de control no se va a alcanzar el estado estacionario cuando el proceso a controlar no contiene ningún integrador. Otra opción es la de sustituir el integrador lineal del controlador PI por el CI. Sin embargo, esta idea también conlleva problemas cuando el proceso no contiene integradores, pues al hacer reset todo el término integral, el sistema tampoco va a alcanzar el estado estacionario ante la entrada de una referencia.

Por consiguiente, lo más lógico es usar un integrador de Clegg en combinación con el integrador lineal, de manera que solamente se haga reset una parte del término integral. Conectando el CI en paralelo con el integrador lineal del controlador PI se obtiene un nuevo controlador reseteado: el controlador PI+CI. De esta forma, este nuevo controlador reseteado va a tener tres acciones de control: una acción proporcional, una acción integral y una acción de reset, tal y como se observa en la figura 3.2.

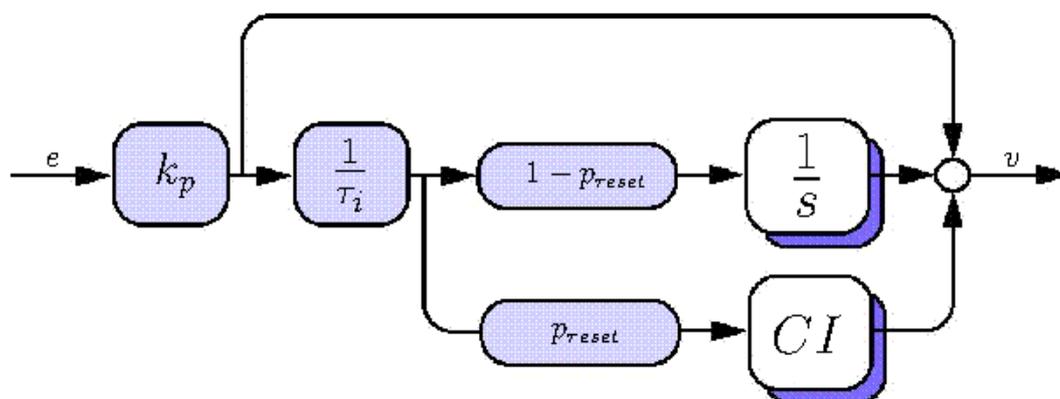


Figura 3.2: Estructura del controlador PI+CI

En el controlador PI+CI los parámetros  $k_p$  y  $\tau_i$  van a ser los mismos que los del controlador PI base lineal. Además de estos dos parámetros, en el controlador

PI+CI se usa el coeficiente de reset,  $p_{reset}$ , como un parámetro adimensional de valor constante comprendido entre 0 y 1. Este nuevo parámetro se define para poder establecer el peso relativo que la acción de reset va a tener sobre la señal de control, evitando así la aparición del error en estado estacionario.

En la figura 3.3 se ha representado la respuesta de un controlador PI+CI de constantes  $k_p = \tau_i = 1$  para varios valores de  $p_{reset}$  ante una entrada senoidal. En ella se observa que dependiendo del valor de  $p_{reset}$ , la acción de reset será más o menos agresiva sobre la señal de control. Además, de esta figura y de la figura 3.2 se deduce que cuando se elimina la acción de reset,  $p_{reset} = 0$ , el controlador PI+CI se comporta como el controlador base lineal PI. Por contra, cuando  $p_{reset} = 1$ , el controlador que se obtiene sería un controlador P+CI. Sin embargo, como ya se ha explicado, en ausencia de integradores en el proceso, la acción de reset no se debería aplicar nunca sobre todo el término integral,  $p_{reset} \neq 1$ , pues la propiedad asintótica del término integral se perdería, con la consiguiente aparición del error en estado estacionario. De esta manera el valor del coeficiente de reset queda delimitado en el intervalo  $p_{reset} \in [0, 1)$ .

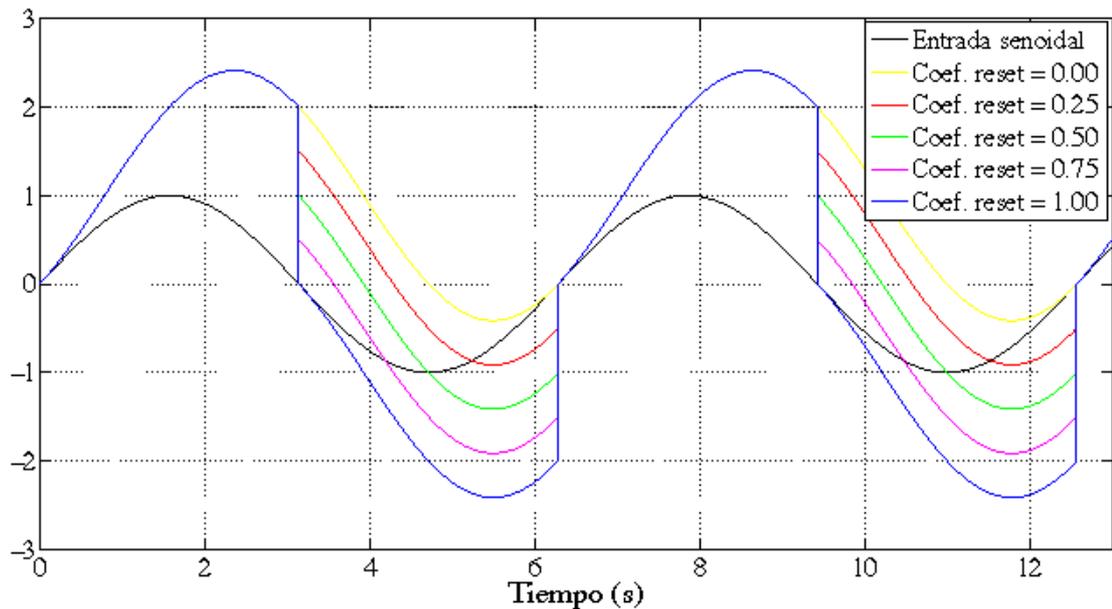


Figura 3.3: Respuestas ante una entrada senoidal (PI+CI con varios  $p_{reset}$ )

### 3.2.2 Modelo en el espacio de estados

En el espacio de estados, lo más lógico es representar el controlador PI+CI usando dos estados: uno correspondiente al término I,  $x_i(t)$ , y el otro correspondiente al término CI,  $x_{ci}(t)$ . Por lo tanto, si se define el estado  $x_r = (x_i \ x_{ci})^\top$ , las matrices del controlador reseteado (3.1) son para el controlador PI+CI las siguientes:

$$A_r = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.32)$$

$$B_r = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

$$C_r = \frac{k_p}{\tau_i} \begin{pmatrix} 1 - p_{reset} & p_{reset} \end{pmatrix} \quad (3.34)$$

$$D_r = k_p \quad (3.35)$$

$$A_p = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.36)$$

Sin embargo con esta representación de dos estados, el controlador PI+CI no es observable ni controlable, pues entre dos instantes consecutivos de reset, la dinámica del controlador se rige por un solo integrador lineal, suma de los términos I y CI. Por tanto, la realización mínima del controlador PI+CI se expresa usando solamente un estado y un coeficiente de reset  $\tau_k$ , cuyo valor varía entre un instante de reset y otro. Para esta realización mínima, las matrices (3.32), (3.33), (3.34) y (3.35) vienen dadas por los siguientes escalares:

$$\begin{aligned} A_r &= 0, & B_r &= 1 \\ C_r &= k_i, & D_r &= k_p \end{aligned}$$

Además, en esta representación de un estado,  $A_p$  es un escalar cuyo valor varía de un instante de reset a otro dependiendo del coeficiente de reset  $\tau_k$ :

$$A_p(k) = 1 - \tau_k \quad (3.37)$$

donde  $k$  se refiere al instante de reset  $k$ -ésimo,  $t_k$ .

En principio, los distintos valores del coeficiente de reset  $\tau_k$  vienen determinados por el valor de  $p_{reset}$ , mediante la siguiente relación que existe entre la representación del controlador PI+CI con uno y dos estados:

$$\tau_k = \frac{p_{reset}x_{ci}(t_k^-)}{(1 - p_{reset})x_i(t_k^-) + p_{reset}x_{ci}(t_k^-)} \quad (3.38)$$

donde  $t_k^- = t_k + \epsilon$  con  $\epsilon \rightarrow 0^-$ , es decir,  $t_k^-$  es el instante justo anterior al de la acción de reset.

En la práctica, una posibilidad de especificar  $\tau_k$  es *off-line* fijando para ello algunos valores de diseño, como por ejemplo, alternar valores altos y bajos de  $\tau_k$  en los instantes de reset consecutivos, para mejorar así el transitorio en términos de tener pequeños *undershoots* y pequeños *overshoots*.

### 3.2.3 Función descriptiva

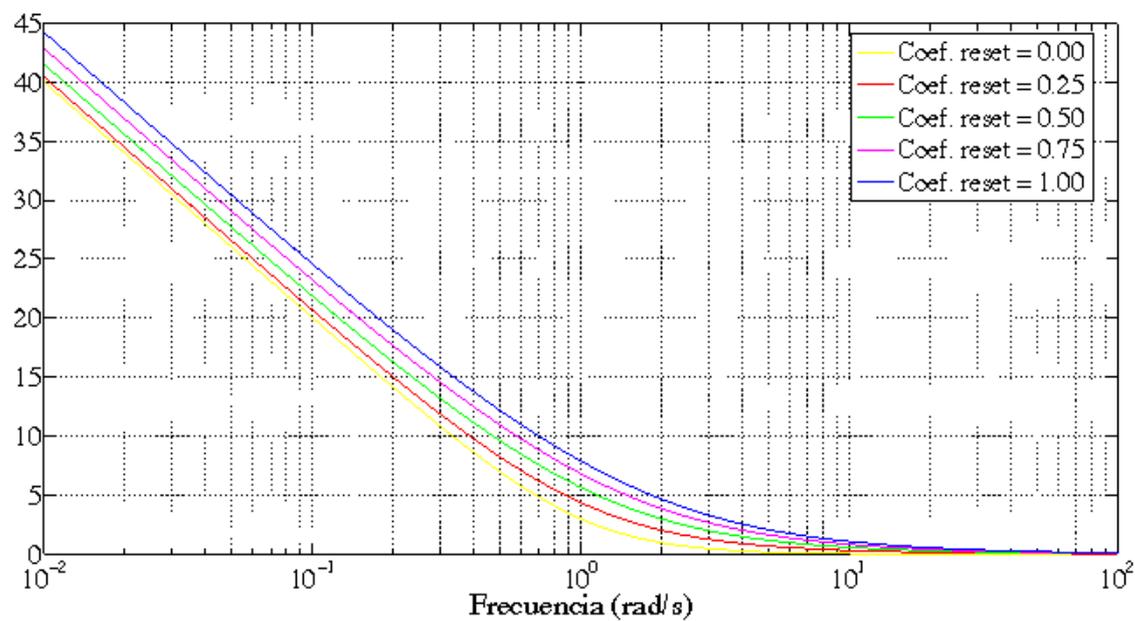
La función descriptiva es una técnica que se usa para linealizar un elemento no lineal sujeto a una entrada senoidal. La función descriptiva de una señal depende de la amplitud y de la frecuencia de la señal de entrada y supone que solamente es significativa la componente armónica fundamental de la salida [150]. En el trabajo [54], J. Clegg calculó la función descriptiva del integrador de Clegg, (2.18), demostrando que ésta no depende de la amplitud de la entrada, sino solo de la frecuencia. Para obtener la función descriptiva del controlador PI+CI se va a aplicar (2.18) en la estructura dada por la figura 3.2:

$$D_{PI+CI}(j\omega) = k_p \left( 1 + \frac{1 - p_{reset}}{j\omega\tau_i} + \frac{p_{reset}}{\tau_i} \frac{1.62}{\omega} e^{-j38.1^\circ} \right) \quad (3.39)$$

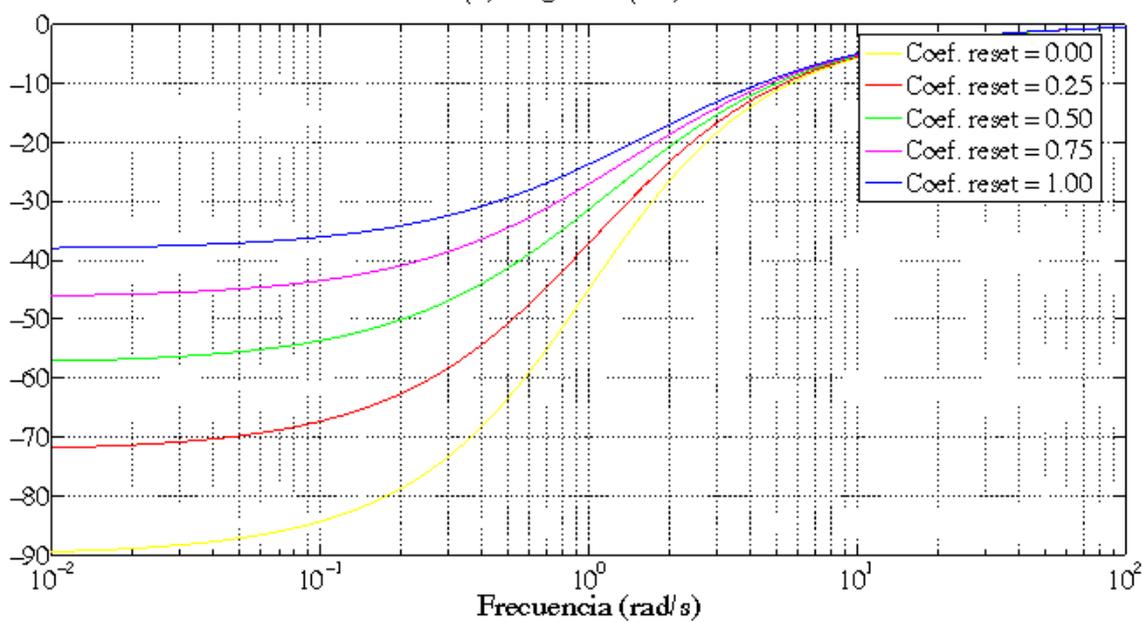
Se observa que la función descriptiva del controlador PI+CI también depende solamente de la frecuencia y no de la amplitud de la entrada. Tras hacer algunos cálculos, (3.39) se puede reescribir como:

$$D_{PI+CI}(j\omega) = k_p \left( \frac{j(\omega\tau_i + \frac{4}{\pi}p_{reset}) + 1}{j\omega\tau_i} \right) \quad (3.40)$$

Cuando se elimina la acción de reset,  $p_{reset} = 0$ , la función descriptiva del compensador PI+CI se reduce a la función de respuesta en frecuencia del compensador PI. En la figura 3.4, se han representado la magnitud y la fase de la función descriptiva del controlador PI+CI para  $k_p = \tau_i = 1$  y varios valores del coeficiente de reset  $p_{reset}$ . En ella se puede observar que la acción de reset introduce un adelanto de fase de hasta  $50^\circ$  con un incremento de la magnitud relativamente pequeño para frecuencias menores que  $\frac{1}{\tau_i}$ . Esta es una propiedad básica del controlador PI+CI que, en comparación con el controlador base lineal PI, permite alcanzar un mayor margen de fase, tal y como ocurre en los controladores reseteados.



(a) Magnitud (dB)

(b) Fase ( $^{\circ}$ )Figura 3.4: Función descriptiva del controlador PI+CI (varios  $p_{reset}$ )

### 3.3 Estabilidad del compensador PI+CI

Como ya se explicó anteriormente, en varios trabajos [11, 20, 37, 124] se han propuesto resultados formales para estudiar la estabilidad de los controladores reseteados. Sin embargo estos resultados por uno u otro motivo no se pueden aplicar al controlador PI+CI.

Por un lado, cuando el controlador PI+CI se representa mediante dos estados, su realización no es mínima y su matriz de estado,  $A$ , no es Hurwitz, de manera que la proposiciones 3.1 y 3.2 no se pueden aplicar. Por contra, en las proposiciones 3.3 y 3.4 no es necesario que la matriz  $A$  sea Hurwitz, pudiéndose usar en un primer momento para estudiar la estabilidad del controlador PI+CI.

Sin embargo, la proposición 3.3 no es realmente un condición de estabilidad, sino una condición de estabilización, por la cual en la definición del sistema se debe elegir un conjunto de intervalos de reset permitido. Como en los sistemas que se van a estudiar en este trabajo los intervalos de reset van a venir dados por la condición de reset, y por tanto no se van a conocer a priori, esta proposición tampoco va a ser útil para demostrar la estabilidad del controlador PI+CI.

La proposición 3.4 tampoco se va a poder aplicar en este caso, pues esta proposición a pesar de no exigir que la matriz  $A$  sea Hurwitz, sí que exige que todos los estados del controlador se hagan reset.

Por otro lado, cuando se considera la realización mínima del controlador PI+CI, la matriz  $A$  sí es Hurwitz, pero la matriz  $A_p(k)$ , en lugar de ser una matriz diagonal de unos y ceros es un escalar no nulo cuyo valor varía entre un instante de reset y otro. Debido a esta particularidad, ninguna de las proposiciones anteriores se puede usar para estudiar la estabilidad del controlador PI+CI, pues en todas ellas se considera una matriz  $A_p$  de valores constantes.

Por tanto, el controlador PI+CI representado por uno o dos estados necesita de un tratamiento específico para demostrar su estabilidad. A continuación se va a estudiar la estabilidad del controlador PI+CI de un estado, es decir, con matriz  $A$  Hurwitz y matriz  $A_p(k)$  variable, usando las tradicionales funciones de Lyapunov. En este trabajo no se va a estudiar la estabilidad del controlador PI+CI de dos estados, pues el hecho de que  $A$  no sea Hurwitz hace muy difícil encontrar una función de Lyapunov adecuada.

### 3.3.1 Estabilidad en el sentido de Lyapunov

Para estudiar la estabilidad interna de un sistema de control con un controlador PI+CI se van a usar funciones de Lyapunov  $V(x)$ . Estas funciones se consideran como una medida de la energía abstracta de un sistema, de tal manera que si el sistema pierde energía a lo largo de sus trayectorias y ésta nunca se restaura, entonces al final el sistema alcanza un estado de equilibrio [117]. Para formalizar el uso de estas funciones, A. M. Lyapunov formuló la siguiente proposición:

**Proposición 3.5.** *Sea  $V(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función definida positiva tal que:*

$$V(0) = 0 \quad (3.41)$$

$$\dot{V}(x) < 0 \quad (3.42)$$

*entonces  $V(x)$  es una función de Lyapunov candidata y el sistema es asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov.*

En el artículo [20], O. Beker *et al.* extendieron las funciones de Lyapunov al estudio de la estabilidad de sistemas de control reseteado sin retardo. Para ello demostraron la validez de la siguiente proposición:

**Proposición 3.6.** *Sea  $V(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  una función definida positiva tal que:*

$$\dot{V}(x) < -x^\top x, \quad x(t) \notin \mathcal{M} \quad (3.43)$$

$$\Delta V(x) \triangleq V(x^+) - V(x) < 0, \quad x(t) \in \mathcal{M} \quad (3.44)$$

*entonces el punto de equilibrio  $x_e = 0$  es globalmente exponencialmente estable en el sentido de Lyapunov.*

Como la función de Lyapunov  $V(x)$  se usa como una medida de la energía del sistema, la condición (3.43) establece que la energía del sistema debe disminuir cuando éste fluye entre dos instantes de reset; y (3.44) establece que esta energía no debe aumentar cuando el sistema se hace reset.

En el controlador PI+CI de un estado, esta proposición no se va a poder aplicar pues no va a ser posible encontrar una función de Lyapunov común a todas las matrices  $A_p(k)$ . Por ello, en este trabajo se van a obtener condiciones de estabilidad a

partir de la proposición 3.6 considerando varias funciones de Lyapunov locales  $V_i(x)$  en lugar de una función de Lyapunov global.

En primer lugar, se va a dividir el espacio de estados en distintas regiones disjuntas,  $\Omega_i$ , separadas por regiones fronterizas  $\Lambda_{i,i+1}$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Con esta división del espacio de estados, se tendrá que encontrar una función de Lyapunov local  $V_i(x)$  en cada una de las regiones, de manera que la proposición 3.6 se puede formular como:

**Proposición 3.7.** Sean  $V_i(x) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$  funciones locales definidas positivas tal que:

$$\dot{V}_i(x) < -x^\top x, \quad x \in \Omega_i \quad (3.45)$$

$$V_{i+1}(x^+) < V_i(x), \quad x \in \Lambda_{i,i+1} \quad (3.46)$$

$$V_{i+1}(x) < V_i(x), \quad x \in \Lambda_{i,i+1} \quad (3.47)$$

entonces el punto de equilibrio  $x_e = 0$  es globalmente exponencialmente estable en el sentido de Lyapunov.

La condición (3.45) establece que la energía del sistema,  $V_i(x)$ , debe disminuir en cada una de las regiones en las que se ha dividido el espacio de estados,  $\Omega_i$ ,  $i = 1, \dots, n$ . Además, la energía del sistema también debe disminuir, o al menos no aumentar, cuando el sistema pasa de una región a otra. Cuando este cambio de regiones coincide con la acción de reset, se usa la condición (3.46), en la cual la región fronteriza  $\Lambda_{i,i+1}$  va a coincidir con la superficie de reset  $\mathcal{M}$  (3.11). Por el contrario, cuando el sistema pasa de una región a otra sin hacer reset, se usa la condición (3.47).

En la proposición 3.7 las tres condiciones están restringidas a cumplirse en una determinada región del espacio de estados. Para reemplazar estas condiciones por otras no restringidas se va a usar una técnica general muy conocida llamada *S-procedure*, que se expresa como [30]:

**Lema 3.1.** Si existe  $\gamma^q > 0$ ,  $q = 1, 2, \dots, m$ , tal que:

$$F^0(x) > \sum_{q=1}^m \gamma^q F^q(x), \quad \forall x \in \mathbb{R}^n \quad (3.48)$$

entonces se cumple la siguiente condición restringida:

$$F^0(x) > 0, \quad \forall x \text{ tal que } F^q(x) > 0 \quad (3.49)$$

Esta técnica se usa para reemplazar condiciones restringidas (3.49) por condiciones no restringidas (3.48) mediante la introducción de variables adicionales  $\gamma^g$ . Cuando se consideran funciones cuadráticas:

$$F^0(x) = x^T Q^0 x \quad (3.50)$$

$$F^g(x) = x^T Q^g x \quad (3.51)$$

donde  $Q^g = (Q^g)^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ , la condición no restringida (3.48) viene dada por la siguiente LMI:

$$Q^0 > \sum_{g=1}^m \gamma^g Q^g, \quad \gamma^g > 0 \quad (3.52)$$

Por tanto aplicando la técnica *S-procedure* sobre las condiciones restringidas de la proposición 3.7 se obtienen las siguientes condiciones no restringidas:

$$\dot{V}_i(x) + x^T \mu_i^g Q_i^g x < -x^T x \quad (3.53)$$

$$V_{i+1}(x^+) + x^T \eta_{i,i+1}^g Q_{i,i+1}^g x < V_i(x) \quad (3.54)$$

$$V_{i+1}(x) + x^T \eta_{i,i+1}^g Q_{i,i+1}^g x < V_i(x) \quad (3.55)$$

donde  $\mu_i^g$  y  $\eta_{i,i+1}^g$  son escalares mayores o iguales a cero. Para poder usar estas condiciones no restringidas de estabilidad, las regiones en las que se ha dividido el espacio de estados se van a tener que expresar en forma cuadrática. Por un lado, las regiones  $\Omega_i$  van a estar determinadas por dos semiplanos,  $C^a x > 0$  y  $C^b x > 0$ , y van a responder a la siguiente forma cuadrática:

$$x^T Q_i^g x > 0 \quad (3.56)$$

donde:

$$Q_i^g = (C^a)^T C^b + (C^b)^T C^a \quad (3.57)$$

Se observa que el conjunto de estados que satisfacen la forma cuadrática (3.56) tiene la propiedad de simetría, es decir, si un estado la satisface su opuesto también lo hará.

Por otro lado, las regiones fronterizas  $\Lambda_{i,i+1}$  se van a describir mediante el hiperplano que separa las regiones  $\Omega_i$  y  $\Omega_{i+1}$ ,  $Cx = 0$ , el cual se puede expresar mediante la siguiente forma cuadrática [129]:

$$\sum_{q=1}^r \gamma^q x^\top Q_{i,i+1}^q x = 0 \quad (3.58)$$

en la que:

$$Q_{i,i+1}^q = e^q C + C^\top (e^q)^\top \quad (3.59)$$

siendo  $i = 1, 2, \dots, n$  y  $e^q$  un vector columna con  $n$  elementos:

$$e^q(j) = \begin{cases} 1, & j = q \\ 0, & j \neq q \end{cases} \quad (3.60)$$

### 3.3.2 Estabilidad de sistemas sin retardo

El problema de usar la teoría de Lyapunov para estudiar la estabilidad interna de un sistema es que no hay métodos generales para encontrar funciones de Lyapunov adecuadas. En este trabajo se va a optar por usar las funciones de Lyapunov más usadas en la literatura, es decir, las funciones de Lyapunov cuadráticas:

$$V_i(x) = x^\top P_i x \quad (3.61)$$

donde  $P_i = (P_i)^\top \in \mathbb{R}^{n \times n}$  es una matriz definida positiva.

Sustituyendo estas funciones de Lyapunov cuadráticas locales en las condiciones no restringidas (3.53), (3.54) y (3.55), se obtiene la siguiente proposición para estudiar la estabilidad del controlador PI+CI en un sistema sin retardo:

**Proposición 3.8.** *Si existen matrices definidas positivas,  $P_i = (P_i)^\top$ , y constantes  $\mu_i^q > 0$ ,  $\eta_{i,i+1}^q > 0$  tal que para el sistema (3.12) se cumplen las siguientes condiciones en cada una de las regiones,  $\Omega_i$ :*

$$A^\top P_i + P_i A + \sum_{q=1}^m \mu_i^q Q_i^q < -I \quad (3.62)$$

$$A_R(k)^\top P_{i+1} A_R(k) + \sum_{q=1}^r \eta_{i,i+1}^q Q_{i,i+1}^q < P_i \quad (3.63)$$

$$P_{i+1} + \sum_{q=1}^r \eta_{i,i+1}^q Q_{i,i+1}^q < P_i \quad (3.64)$$

entonces el punto de equilibrio  $x_e = 0$  es globalmente asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov.

Con esta proposición, se demuestra la estabilidad de un sistema de control con un controlador PI+CI con tan solo obtener una serie de matrices definidas positivas  $P_i$ . Tengase en cuenta que cuando el sistema de control reseteado pasa de una región a otra,  $\Lambda_{i,i+1}$ , solamente se usa una de las condiciones (3.63)-(3.64), dependiendo de si el sistema hace reset o no.

### Ejemplo

Para demostrar la validez de la proposición 3.8, ésta se va a aplicar a un ejemplo numérico de un sistema de control reseteado sin retardo. Para ello se considera la siguiente planta de segundo orden:

$$A_p = \begin{pmatrix} -1.6 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

$$B_p = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.66)$$

$$C_p = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.67)$$

con estado inicial igual a:

$$x_p(0) = \begin{pmatrix} 0 \\ 10 \end{pmatrix} \quad (3.68)$$

Por otro lado, para esta planta se ha sintonizado un controlador PI+CI con los parámetros  $k_p = 0.33$  y  $k_i = 1.03$ . Además, los valores del coeficiente de reset se han especificado como se explicó anteriormente, esto es, alternando valores altos con valores bajos para conseguir un transitorio con pequeños *overshoots* y pequeños *undershoots*:

$$r_k = \{0.4, 1, 0.4, 1, 0.4, 1, 0.4, 1, \dots\} \quad (3.69)$$

Con esta planta y este controlador reseteado, el sistema de control en lazo cerrado (3.12) se representa mediante las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -1.60 & -1.33 & 1.03 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.70)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.71)$$

Las matrices de reset  $A_R(k)$  vendrán dadas directamente por (3.10) y (3.37) usando los valores de  $\tau_k$  que se han dado en (3.69).

Para este sistema, el espacio de estados se va a dividir en dos regiones,  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ , las cuales van a estar separadas por las dos regiones fronterizas  $\Lambda_{1,2}$  y  $\Lambda_{2,1}$ . Por un lado, la región  $\Omega_1$  se va a escoger como la región restringida por los dos semiplanos:  $C^a = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$  y  $C^b = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , que como se explicó anteriormente se puede expresar mediante una forma cuadrática (3.56) usando (3.57):

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.72)$$

Obviamente, la otra región  $\Omega_2$  va a ser el resto del espacio de estados, describiéndose mediante la siguiente matriz cuadrática:

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.73)$$

Esta división se ha hecho de esta forma para que la superficie de reset (3.11) coincida con la región fronteriza  $\Lambda_{1,2}$ . Como el hiperplano de reset se describe para este ejemplo mediante  $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ , se obtiene las siguientes matrices cuadráticas usando (3.58), (3.59) y (3.60):

$$Q_{1,2}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.74)$$

$$Q_{1,2}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.75)$$

$$Q_{1,2}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.76)$$

Para finalizar la partición del espacio de estados, se va a fijar la región fronteriza  $\Lambda_{2,1}$  como el otro hiperplano que separa las dos regiones. En este caso, esta región fronteriza se describe mediante las siguientes matrices:

$$Q_{2,1}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.77)$$

$$Q_{2,1}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.78)$$

$$Q_{2,1}^3 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad (3.79)$$

A modo de resumen, esta división del espacio de estados se ha dibujado en la figura 3.5.

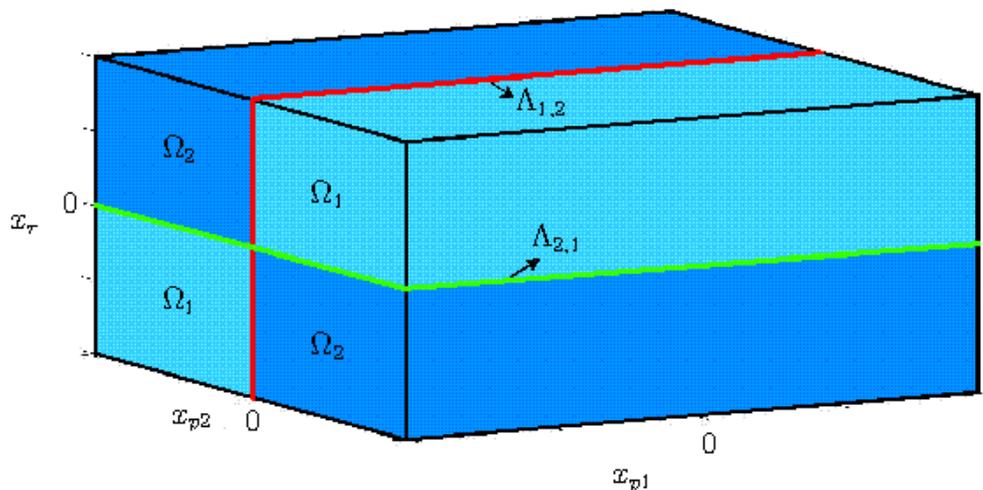


Figura 3.5: División del espacio de estados (proceso sin retardo)

Una vez dividido el espacio de estados, ya se puede aplicar la proposición 3.8. Para ello téngase en cuenta que la trayectoria del sistema comienza en  $x(0) = \begin{pmatrix} 0 & 10 & 0 \end{pmatrix}$ , y por lo tanto  $x(t)$  inicialmente cae en la región  $\Omega_1$ . A partir de aquí, la trayectoria del sistema pasará de la región  $\Omega_1$  a la región  $\Omega_2$  y viceversa. Cuando el sistema pasa de la región  $\Omega_1$  a la región  $\Omega_2$ , la región frontera  $\Lambda_{1,2}$  coincide con la superficie de reset, usándose por tanto la condición (3.63). Por el contrario, cuando el sistema pasa de la región  $\Omega_2$  a la región  $\Omega_1$ , el sistema cruza por la región frontera  $\Lambda_{2,1}$ , de manera que la acción de reset no actúa, debiéndose usar la condición (3.64).

Como resultado de la aplicación de la proposición 3.8 se generan diversas LMIs, las cuales se resuelven usando el *LMI Toolbox* de *MatLab*. Fijando los valores de las variables adicionales,  $\mu_i^g$  y  $\eta_{i,i+1}^g$ , se obtienen una serie de matrices cuadradas, cuyos determinantes se han representado en la figura 3.6.

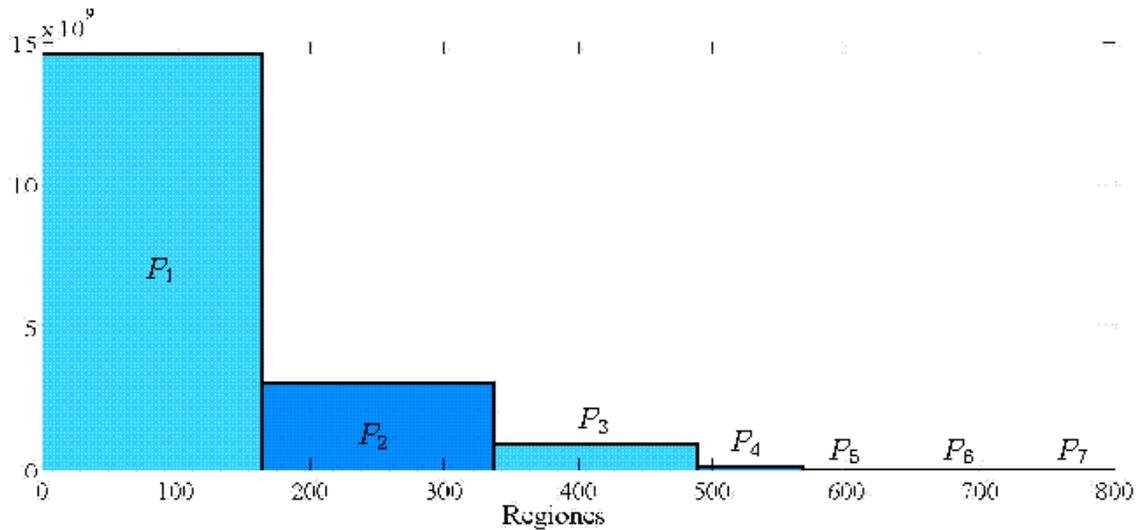


Figura 3.6: Determinante de las matrices cuadráticas locales (proceso sin retardo)

En esta figura se puede ver que todas las matrices  $P_i$  son definidas positivas. Por lo tanto, de acuerdo a la proposición 3.8, el punto de equilibrio  $x_e = 0$  es globalmente asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov. Además, se ha hecho una simulación del sistema de control PI+CI, usando las matrices de la figura 3.6 para obtener las correspondientes funciones de Lyapunov locales,  $V_i(x)$ , con (3.61). En la figura 3.7 se han dibujado estas funciones de Lyapunov locales para ambas regiones  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ .

En ella se observa que cada función de Lyapunov disminuye no solamente dentro de su correspondiente región, sino que también lo hace al pasar de una región a otra, disminuyendo por tanto la energía del sistema de control reseteado hasta alcanzar el punto de equilibrio.

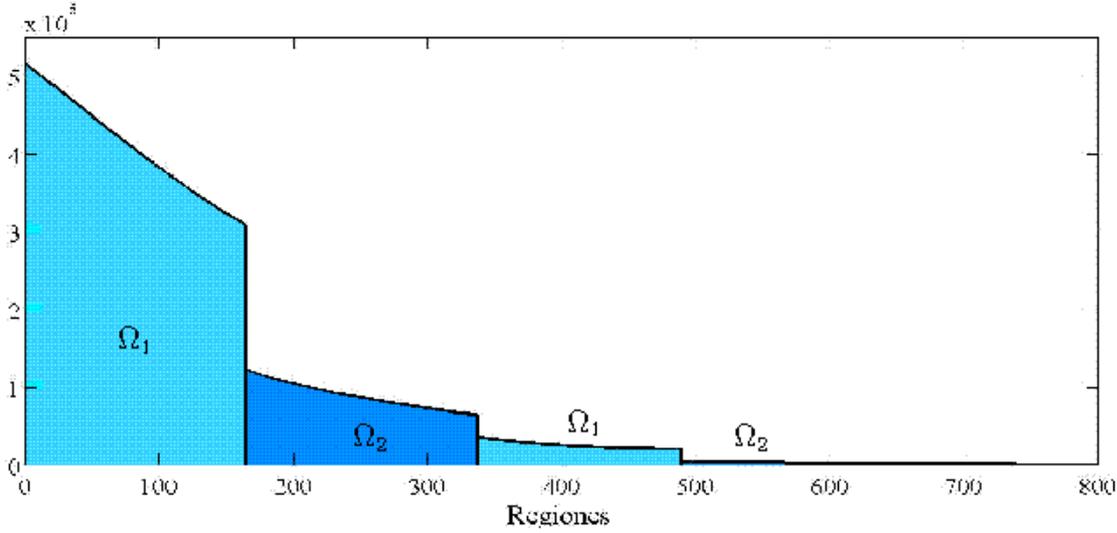


Figura 3.7: Funciones de Lyapunov locales (proceso sin retardo)

### 3.3.3 Estabilidad de sistemas con retardo

En esta sección se va a seguir el mismo razonamiento que para el caso de sistemas de control reseteado sin retardo, esto es, se va a dividir el espacio de estados en una serie de regiones, en cada una de las cuales se va a buscar una función de Lyapunov local,  $V_i(x_t)$ , para medir la energía del sistema. Sin embargo en este caso, la función local de Lyapunov considerada va a ser la de Lyapunov-Krasovskii [68]:

$$V_i(x_t) = x(t)^T P_i x(t) + \int_{t-h}^t x(\theta)^T S x(\theta) d\theta + \int_{t-h}^t \int_s^t \dot{x}(\theta)^T R \dot{x}(\theta) d\theta ds \quad (3.80)$$

donde  $P_i = P_i^T > 0$ ,  $S = S^T > 0$  y  $R = R^T > 0$ . Usando la desigualdad de Jensen [67], la derivada de esta función se puede expresar mediante la siguiente relación:

$$\dot{V}_i(x_t) < \begin{pmatrix} x(t) \\ x(t-h) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} H_{1i} & H_{2i} \\ H_{2i}^T & H_{3i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x(t)^T & x(t-h)^T \end{pmatrix} \quad (3.81)$$

donde:

$$H_{1i} = A^T P_i + P_i A + S + h A^T R A - \frac{R}{h} \quad (3.82)$$

$$H_{2i} = P_i A_d + h A^T R A_d + \frac{R}{h} \quad (3.83)$$

$$H_{3i} = -S + h A_d^T R A_d - \frac{R}{h} \quad (3.84)$$

Por otro lado, teniendo en cuenta que la acción de reset solamente es activa cuando  $x(t) \in \mathcal{M}$ , el estado  $x(t+\theta)$  para cualquier  $\theta \in [-h, 0]$  no va a afectar a

la energía del sistema de manera que la parte integral de la función de Lyapunov-Krasovskii no va a contribuir al salto:

$$V_i(x_t^+) = x(t)^T A_R(k) P_i A_R(k) x(t) \quad (3.85)$$

Por tanto, teniendo en cuenta (3.81) y (3.85), en este trabajo la proposición 3.8 se ha formulado como:

**Proposición 3.9.** *Si existen matrices definidas positivas,  $P_i = P_i^T > 0$ ,  $S = S^T > 0$ ,  $R = R^T > 0$ , y constantes  $\mu_i^q > 0$ ,  $\eta_{i,i+1}^q > 0$  tal que para el sistema (3.6) se cumplen las siguientes condiciones en cada una de las regiones,  $\Omega_i$ :*

$$\begin{pmatrix} H_{1i} + \sum_{q=1}^m \mu_i^q Q_i^q & H_{2i} \\ H_{2i}^T & H_{3i} \end{pmatrix} < -I \quad (3.86)$$

$$A_R(k)^T P_{i+1} A_R(k) + \sum_{q=1}^{\tau} \eta_{i,i+1}^q Q_{i,i+1}^q < P_i \quad (3.87)$$

$$P_{i+1} + \sum_{q=1}^{\tau} \eta_{i,i+1}^q Q_{i,i+1}^q < P_i \quad (3.88)$$

entonces el punto de equilibrio  $x_e = 0$  es globalmente asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov.

En este caso, al igual que en el caso del proceso sin retardo, cuando el sistema de control reseteado pasa de una región a otra,  $\Lambda_{i,i+1}$ , solamente se usa una de las condiciones (3.87) y (3.88), dependiendo de si el sistema hace reset o no.

### Ejemplo

A continuación se van a aplicar las condiciones de la proposición 3.9 a un ejemplo numérico para demostrar la estabilidad de un sistema de control reseteado con un controlador PI+CI. Para ello, consideremos uno de los modelos más usados en la industria de procesos, esto es, una planta de primer orden con retardo  $h = 3$  s cuyas matrices son  $A_p = -0.2$ ,  $B_p = 1$  y  $C_p = 0.2$ ; con  $x_p(0) = 1$  como estado inicial. Por otro lado, los parámetros del controlador PI+CI van a ser  $k_p = 0.41$ ,  $k_i = 0.23$  y un coeficiente de reset definido por la alternancia de valores bajos y valores altos:

$$\tau_k = \{0.1, 0.39, 0.33, 0.34, 0.34, \dots\} \quad (3.89)$$

Con esta planta y este controlador PI+CI, el sistema en lazo cerrado (3.6) se representa mediante las siguientes matrices:

$$A = \begin{pmatrix} -0.2 & 0 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.90)$$

$$A_d = \begin{pmatrix} -0.082 & 0 & -23 \\ 0 & & 0 \end{pmatrix}, \quad (3.91)$$

$$C = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.92)$$

Al igual que en el caso del sistema sin retardo, las matrices reset  $A_R(k)$  vendrán dadas directamente por (3.10) y (3.37), usando los valores de  $\tau_k$  dados en (3.89). Para este sistema, el espacio de estados se va a dividir también en dos regiones,  $\Omega_1$  y  $\Omega_2$ , separadas por dos regiones fronterizas,  $\Lambda_{1,2}$  y  $\Lambda_{2,1}$ .

Por un lado, la región  $\Omega_1$  se escoge como la región restringida por los dos semiplanos:  $C^a = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \end{pmatrix}$  y  $C^b = \begin{pmatrix} 0 & -0.2 \end{pmatrix}$ , y como se hizo anteriormente, esta región se va a expresar mediante una forma cuadrática (3.56) usando (3.57):

$$Q_1 = \begin{pmatrix} 0 & -0.2 \\ -0.2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.93)$$

Obviamente, la otra región  $\Omega_2$  va a ser el resto del espacio de estados y se describe mediante la siguiente matriz cuadrática:

$$Q_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.04 \\ 0.04 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.94)$$

Como en el ejemplo anterior, esta división se ha hecho de esta manera para que la superficie de reset (3.11) coincida con la región fronteriza  $\Lambda_{1,2}$ . Por tanto, el hiperplano de reset,  $C = \begin{pmatrix} 0.2 & 0 \end{pmatrix}$ , se usa para obtener las siguientes matrices cuadráticas usando (3.58), (3.59) y (3.60):

$$Q_{1,2}^1 = \begin{pmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.95)$$

$$Q_{1,2}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.96)$$

Finalmente, la otra región fronteriza  $\Lambda_{2,1}$  vendrá dada por el otro hiperplano que separa las dos regiones, describiéndose mediante las siguientes matrices:

$$Q_{2,1}^1 = \begin{pmatrix} 0 & 0.2 \\ 0.2 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.97)$$

$$Q_{2,1}^2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.4 \end{pmatrix} \quad (3.98)$$

En la figura 3.8 se ha representado la división que se ha hecho del espacio de estados.

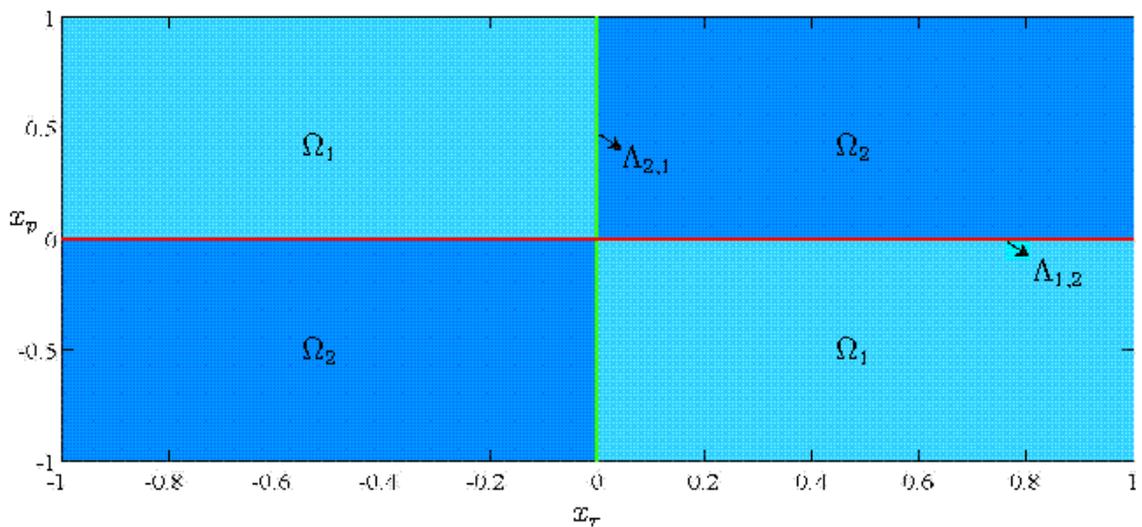


Figura 3.8: División del espacio de estados (proceso con retardo)

Con esta división del espacio de estados, la trayectoria del sistema comienza en la región  $\Omega_1$ ,  $x(0) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \end{pmatrix}$ . A partir de esta región, la trayectoria del sistema pasará de la región  $\Omega_1$  a la región  $\Omega_2$  y viceversa. Al aplicar la proposición 3.9, cuando el sistema fluye en una región se usa la condición (3.86). Por otro lado, al pasar de la región  $\Omega_1$  a la región  $\Omega_2$ ,  $\Lambda_{1,2}$  coincide con la superficie de reset, debiéndose usar la condición (3.87). Por el contrario, cuando el sistema cruza por la región fronteriza  $\Lambda_{2,1}$  para pasar de la región  $\Omega_2$  a la región  $\Omega_1$ , se usa la condición (3.88) puesto que la acción de reset no actúa.

Como consecuencia de la proposición 3.9, se generan varias LMIs que se resuelven con el *LMI Toolbox* de *MatLab*. Para valores fijos de  $\mu_i^g$  y  $\eta_{i,i+1}^g$ , se obtienen las siguientes dos matrices definidas positivas:

$$R = \begin{pmatrix} 50783 & -31360 \\ -31360 & 68895 \end{pmatrix} \quad (3.99)$$

$$S = \begin{pmatrix} 10697 & 6012 \\ 6012 & 4984 \end{pmatrix} \quad (3.100)$$

En la figura 3.9 se han representado los determinantes del resto de las matrices cuadráticas obtenidas.

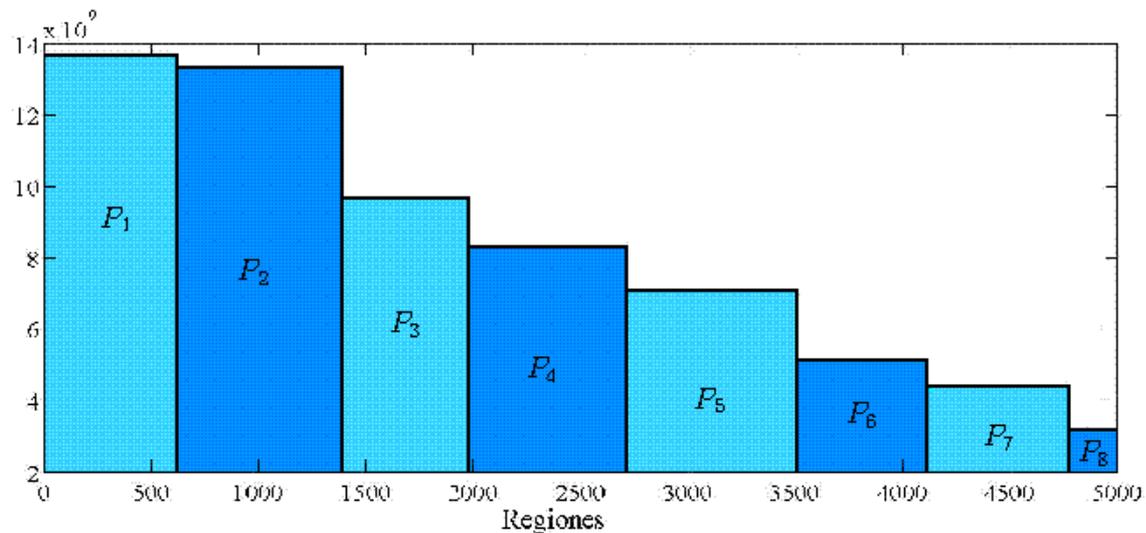


Figura 3.9: Determinante de las matrices cuadráticas locales (proceso con retardo)

Como todas las matrices  $P_i$  son definidas positivas al igual que las matrices  $R$  y  $S$ , según la proposición 3.9, el punto de equilibrio  $x_e = 0$  es globalmente asintóticamente estable en el sentido de Lyapunov.

Por tanto, con este ejemplo se da por completado el estudio de la estabilidad del controlador PI+CI cuando se usa para controlar procesos sin y con retardo.

---

# Sintonización del controlador PI+CI

---

EN este capítulo se va a hacer un estudio detallado sobre como sintonizar un controlador PI+CI. Para ello se va a distinguir entre distintos tipos de procesos: primer orden sin retardo, primer orden con retardo, procesos de orden general y procesos con integradores. En los procesos de primer orden sin retardo, se va a dar una relación para calcular el coeficiente de reset necesario para que el sistema disminuya su *overshoot* y alcance el estado estacionario tras el segundo instante de reset sin perjudicar la velocidad de la respuesta. Para el resto de procesos se va a sintonizar un controlador PI+CI a partir de un PI previamente sintonizado con el método IMC, y se va a demostrar con ejemplos como se reduce el transitorio y el *overshoot* de la respuesta con la acción de reset. Posteriormente, en el caso del procesos con un integrador se va a demostrar que la mejora de la respuesta es notable cuando se usa el controlador PI+CI en lugar de un PI lineal. Por otro lado, cuando en el proceso haya incertidumbre se va a usar la Teoría de Realimentación Cuantitativa para sintonizar un controlador PI+CI. Finalmente, para no dejar dudas de la eficacia del controlador PI+CI, se va a comparar su respuesta con la de un controlador PID cuando hay ruido presente en el proceso, llegando a la conclusión que el controlador PI+CI tendrá un menor coste de realimentación.

### 4.1 Procesos de primer orden sin retardo

En un principio se va a estudiar el caso del proceso más simple, el de un primer orden sin retardo. El principal objetivo es explotar la acción de reset usando el parámetro  $p_{reset}$ , para obtener una mejora significativa en el transitorio de la respuesta del sistema en lazo cerrado.

Para ello, se va a considerar el sistema de control de la figura 4.1:

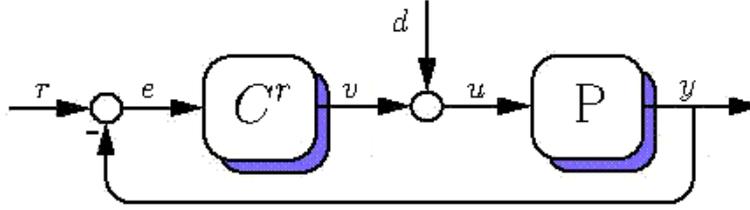


Figura 4.1: Sistema de control reseteado

donde el proceso  $P$  se describe como:

$$P : \begin{cases} \dot{x}_p(t) = ax_p(t) + ku(t), & x_p(t_0) = x_{p0}; \\ y(t) = x_p(t) \end{cases} \quad (4.1)$$

siendo  $x_p(t)$  es el estado de la planta y  $x_{p0}$  su estado inicial. En este caso  $a$  y  $k$  son escalares. Las matrices del sistema autónomo en lazo cerrado (3.13), (3.9) y (3.10) vienen dadas por:

$$A = \begin{pmatrix} a - k_p k & \frac{k_p k}{\tau_i} (1 - p_{reset}) & \frac{k_p k}{\tau_i} p_{reset} \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.2)$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$A_R = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (4.4)$$

#### 4.1.1 Estados del sistema autónomo en lazo cerrado

El estado autónomo en lazo cerrado entre dos instantes de reset,  $t \in (t_k, t_{k+1}]$  viene dado combinando (3.15) y (3.16) para un sistema sin retardo:

$$x(t) = e^{A(t-t_k)} x(t_k) \quad (4.5)$$

donde el estado es  $x = (x_p \ x_i \ x_{ci})^T$ , y  $A$  viene dada por (4.2). Además, la salida en lazo cerrado  $y(t)$  viene dada por:

$$y(t) = Cx(t) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} x(t) = x_p(t) \quad (4.6)$$

La superficie de reset, (3.11), coincide con (4.6), de manera que después de cada instante de reset el estado de la planta  $x_p(t)$  va a ser cero, y además, por definición, el estado del integrador de Clegg,  $x_{ci}(t)$ , también va a ser cero. Por lo tanto, tomando el estado después de reset  $x = (0 \ x_{i,k} \ 0)^T$  en  $t = t_k^+$ , tras algunos cálculos, se obtiene que la salida  $y(t)$  en el intervalo  $t \in (t_k, t_{k+1}]$  viene dada por:

$$y(t) = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} e^{-\alpha(t-t_k)} \sin(\beta(t-t_k))(1 - p_{reset})x_{i,k} \quad (4.7)$$

donde  $-\alpha \pm j\beta$  son los autovalores no cero de la matriz  $A$  (4.2), dados respectivamente por:

$$\alpha = \frac{-(a - k_p k)}{2} \quad (4.8)$$

$$\beta = \sqrt{\alpha^2 - \frac{k_p k}{\tau_i}} \quad (4.9)$$

Observese que se asume que  $\alpha^2 < \frac{k_p k}{\tau_i}$ , pues de lo contrario la respuesta  $y(t)$  no sería oscilatoria y el reset nunca tendría lugar, y además  $\beta > 0$ . Usando (4.7), los instantes de reset  $t_{k+1}$ ,  $k = 1, 2, \dots$  quedan definidos como:

$$0 = y(t_{k+1}) = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\beta} e^{-\alpha(t_{k+1}-t_k)} \sin(\beta(t_{k+1}-t_k))(1 - p_{reset})x_{i,k} \quad (4.10)$$

Con esta expresión, no es difícil demostrar que los instantes de reset  $\{t_k, t_{k+1}, \dots\}$  son periódicos con el siguiente periodo fundamental  $\Delta_k$ :

$$\Delta_k = \frac{\pi}{\beta} \quad (4.11)$$

Por otro lado, el estado del término integral,  $x_i(t)$ , no es necesariamente cero después de los instantes de reset, por lo que su evolución entre dos instantes de reset,  $t \in (t_k, t_{k+1}]$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , se expresa como:

$$x_i(t) = \left[ p_{reset} - \frac{1 - p_{reset}}{\beta} e^{-\alpha(t-t_k)} \left[ \alpha \sin(\beta(t-t_k)) + \beta \cos(\beta(t-t_k)) \right] \right] x_{i,k} \quad (4.12)$$

Usando (4.11) y (4.12) se obtiene que los valores de  $x_i(t)$  en los instantes de reset vienen dados simplemente por:

$$x_{i,k+1} = x_i(t_{k+1}) = (p_{reset} - (1 - p_{reset})e^{-\frac{\alpha\pi}{\beta}})x_{i,k} \quad (4.13)$$

### 4.1.2 Sintonización del controlador PI+CI

Siguiendo con el objetivo de diseñar un controlador PI+CI para mejorar el transitorio de un controlador PI previamente diseñado, se va a usar el grado de libertad adicional dado por el parámetro  $p_{reset}$  para reducir el *overshoot* de la respuesta. En este caso, se puede eliminar por completo el *overshoot* o *undershoot* después del segundo instante de reset. Para ello se va a forzar que el estado integral sea cero en el segundo instante de reset,  $t_2$ , alcanzando así el sistema en lazo cerrado el estado estacionario. Por lo tanto, haciendo  $x_i(t_2) = 0$  en (4.13), se obtiene la siguiente relación:

$$p_{reset} = \frac{e^{-\frac{\alpha\tau_i}{\beta}}}{1 + e^{-\frac{\alpha\tau_i}{\beta}}} \quad (4.14)$$

Esta expresión relaciona el coeficiente de reset,  $p_{reset}$ , con la constante de tiempo integral del controlador base lineal PI,  $\tau_i$ , y con su ganancia proporcional  $k_p$  a través de los autovalores no cero  $-\alpha \pm j\beta$  de la matriz A (4.2). Conviene decir que en general, el estado del término integral no se puede forzar a que sea cero en el primer instante de reset  $t_1$ , ya que (4.13) solamente es válida cuando  $x_{i,k}$ ,  $k = 1, 2, \dots$  es un estado después del primer instante de reset. Esto sería posible si el estado inicial fuese un estado después de reset, pero este es un caso trivial, ya que corresponde al estado inicial cero, y por tanto el estado del sistema reset autónomo no parte del origen.

Las reglas de sintonización del controlador PI+CI para un proceso de primer orden sin retardo se pueden resumir como:

1. Diseñar un controlador PI y obtener  $k_p$  y  $\tau_i$ , para una respuesta del sistema deseada. En este diseño se puede usar cualquier regla de sintonización de la literatura.
2. Con los parámetros  $k_p$  y  $\tau_i$ , calcular  $\alpha$  y  $\beta$  usando (4.8) y (4.9).
3. Finalmente, calcular el coeficiente de reset,  $p_{reset}$ , usando (4.14).

### Ejemplo

Para ilustrar los resultados obtenidos, se va a considerar el siguiente proceso con un escalón unitario como señal de referencia:

$$P : \begin{cases} \dot{x}_p(t) &= -0.5x_p(t) + 1.5u(t) \\ y(t) &= x_p(t) \end{cases} \quad (4.15)$$

y se van a aplicar las reglas de sintonización explicadas anteriormente:

1. Los valores elegidos de las constantes del compensador PI son  $k_p = 2$  y  $\tau_i = 0.15$  s. Esto da una respuesta rápida con un significativo *overshoot* (ver figura 4.2a).
2. Usando (4.8) y (4.9), se obtienen  $\alpha = 1.75$  y  $\beta = 4.12$ .
3. Finalmente, usando (4.14), el coeficiente de reset debe ser  $p_{reset} = 0.21$  para alcanzar el estado estacionario justo después del segundo instante de reset. Como resultado, el *overshoot* y el *undershoot* de la respuesta disminuyen o incluso se eliminan, sin sacrificar por ello su velocidad.

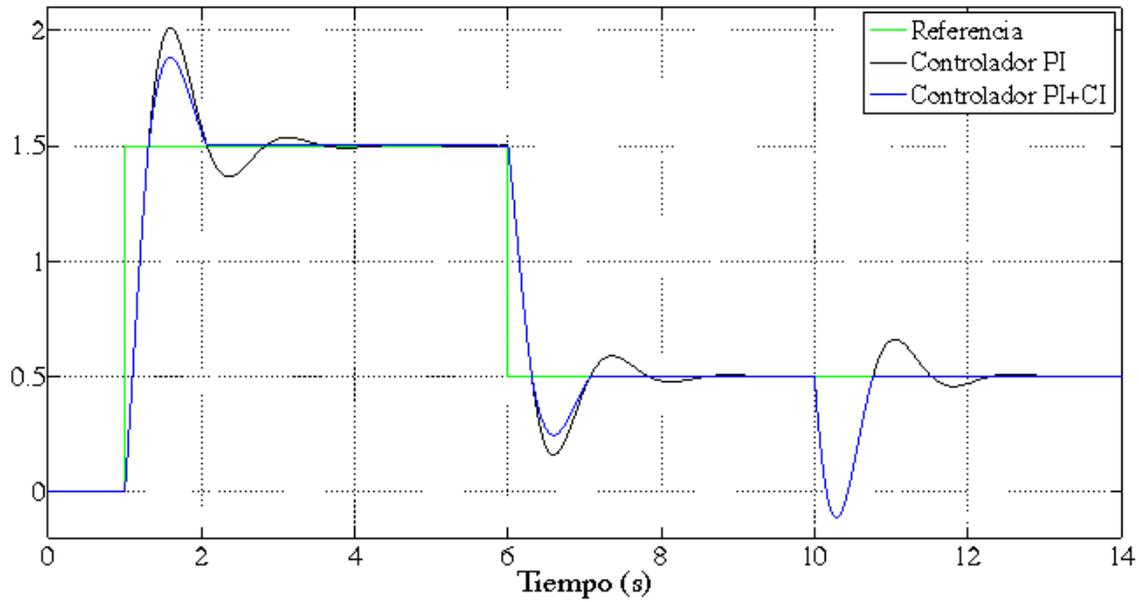
La figura 4.2 muestra tanto las respuestas escalón como las señales de control para los sistemas construidos por la planta (4.15) y los controladores PI y PI+CI respectivamente. Se observa que las respuestas son idénticas hasta el primer instante de reset, tras el cual el *overshoot* y *undershoot* disminuyen hasta el segundo instante de reset, donde el controlador PI+CI elimina por completo el *overshoot* y el *undershoot* tanto ante entradas de referencias como ante perturbaciones. De hecho el estado estacionario se alcanza en ese preciso instante, algo imposible de alcanzar con controladores lineales.

En la tabla 4.1 se han calculado los valores de los índices IAE (2.14) e ITAE (2.15) del proceso con el controlador base lineal PI y con el controlador PI+CI ante referencias y perturbaciones. Los menores valores para el controlador PI+CI confirman que el coeficiente de reset mejora la respuesta del sistema en lazo cerrado respecto al controlador lineal.

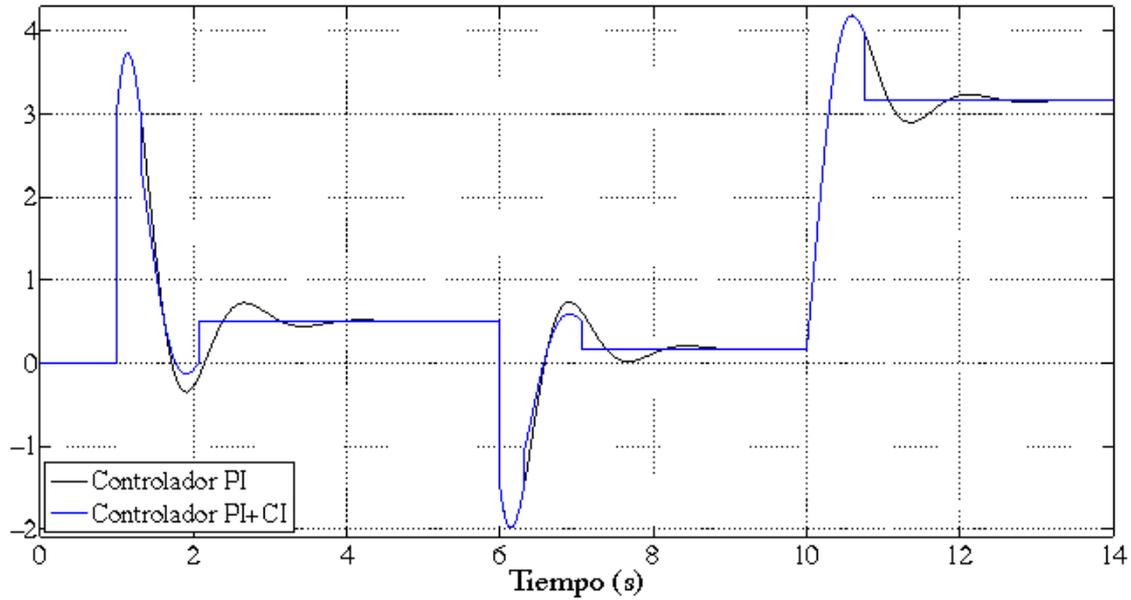
	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI	0.91	3.25	0.39	4.09	42.5	$\infty$
PI+CI	0.67	2.24	0.29	2.95	52.5	$\infty$

Tabla 4.1: Índices de *performance* (proceso de primer orden sin retardo)

Por último, en la figura 4.3 se ha representado el diagrama de Nichols de ambos sistemas de control. En ella se puede ver como el coeficiente de reset aumenta el margen de fase del sistema lineal, dotando al sistema de control en lazo cerrado de una mayor robustez.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.2: Proceso de primer orden sin retardo (PI y PI+CI)

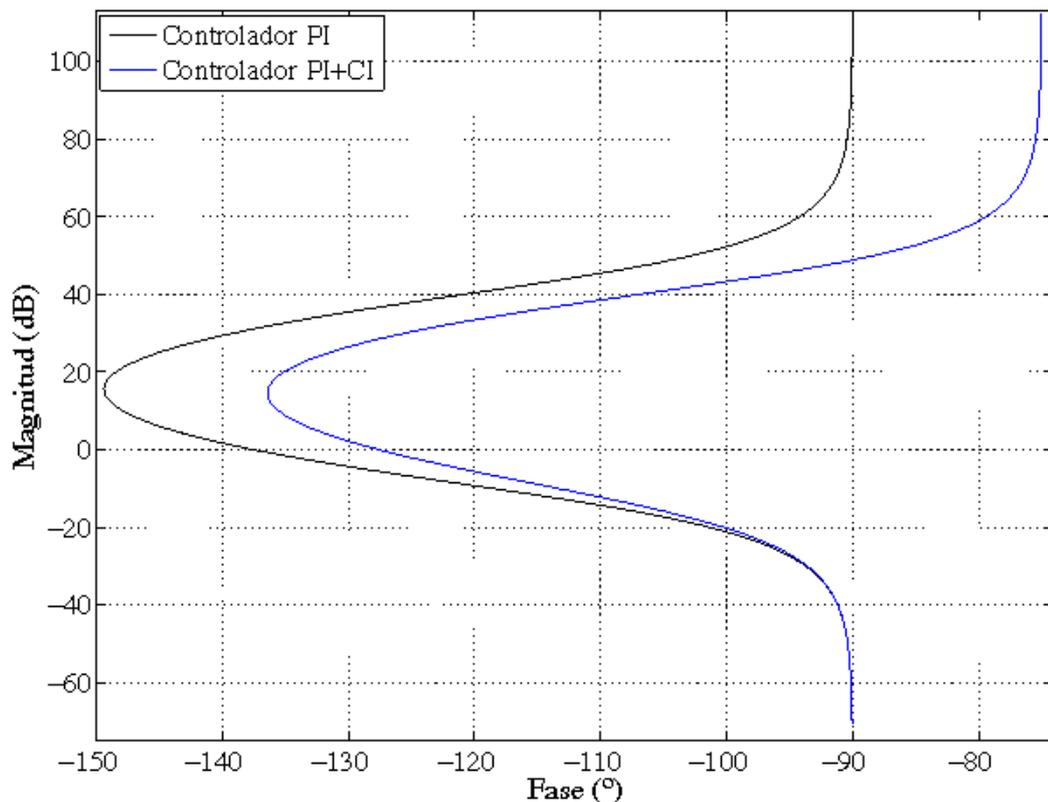


Figura 4.3: Diagrama de Nichols (proceso de primer orden sin retardo)

Como conclusión, cuando se usa el controlador **PI+CI** en un proceso de primer orden sin retardo se puede calcular un valor del coeficiente de reset capaz de hacer que el sistema en el segundo instante de reset alcance el estado estacionario, reduciendo tanto el transitorio como el *overshoot* y el *undershoot* de la respuesta lineal.

## 4.2 Procesos de primer orden con retardo

En esta sección se va a usar el controlador **PI+CI** para controlar procesos de primer orden con retardo, los más usados para modelar procesos industriales. En este caso, el hecho de trabajar con sistemas con retardo hace imposible la obtención de soluciones explícitas a las ecuaciones del espacio de estados tal y como se hizo en la sección anterior. Por ello, el controlador **PI+CI** se va a sintonizar partiendo de un controlador base lineal **PI** sintonizado previamente, de manera que su respuesta sea rápida sin importar demasiado que su *overshoot* sea grande, pues éste se reducirá al aplicar la acción de reset. Entre los métodos más habituales que se usan para sintonizar un controlador **PI**, el método del control del modelo interno (**IMC**) es de

los más eficaces y sencillos de aplicar, pues proporciona un controlador robusto con notables índices de *performance*.

El método IMC se basa en asumir un modelo conocido del proceso y a partir de él calcular expresiones analíticas para obtener los parámetros del controlador. El diagrama de bloques que adopta este método es el de la figura 4.4.

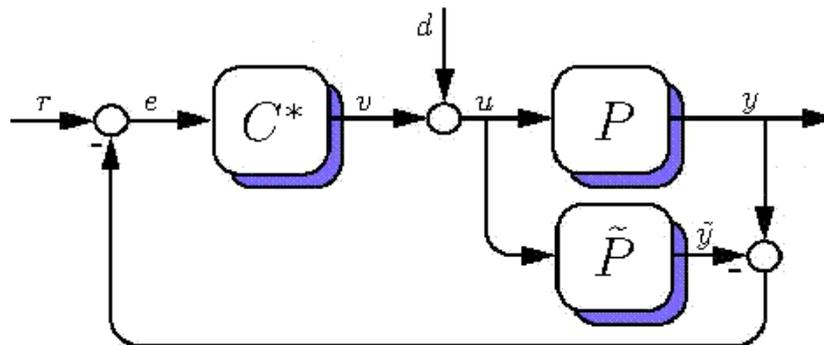


Figura 4.4: Estructura de control del modelo interno (IMC)

En esta estructura se observa que la respuesta  $\tilde{y}$  del modelo aproximado del proceso  $\tilde{P}$  se resta a la respuesta del proceso real  $y$ , y es esta diferencia  $y - \tilde{y}$  la que se usa como realimentación del sistema. En el caso ideal en el que el modelo considerado es prácticamente igual al proceso,  $\tilde{P} = P$ , la señal de salida se puede expresar en función de la señal de referencia como:

$$y = C^* P r \quad (4.16)$$

Para sintonizar un controlador con este método se siguen dos pasos:

**Paso 1:** Factorizar el modelo del proceso:

$$\tilde{P} = \tilde{P}_+ \tilde{P}_- \quad (4.17)$$

donde  $\tilde{P}_+$  contiene todos los retardos y los ceros en el semiplano derecho.

**Paso 2:** El controlador se especifica como:

$$C^* = \frac{1}{\tilde{P}_-} f \quad (4.18)$$

donde  $f$  es un filtro paso bajo con ganancia en estado estacionario igual a 1:

$$f = \frac{1}{(\lambda s + 1)^m} \quad (4.19)$$

En esta expresión,  $\lambda$  representa la constante de tiempo de la respuesta deseada del sistema en lazo cerrado, y el parámetro  $m$  es un número entero positivo, cuyo valor normalmente se fija en 1.

En el caso ideal  $\tilde{P} = P$ , sustituyendo (4.18) en (4.16), se obtiene la siguiente relación entre la referencia y la salida del sistema en lazo cerrado:

$$\frac{y}{r} = \tilde{P}_+ f \quad (4.20)$$

Esta relación, para un modelo de primer orden con retardo:

$$\tilde{P} = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-hs} \quad (4.21)$$

se expresa como:

$$\frac{y}{r} = \frac{e^{-hs}}{\lambda s + 1} \quad (4.22)$$

Aproximando el retardo mediante series de Taylor,  $e^{-hs} \approx 1 - hs$ , la expresión anterior queda como:

$$\frac{y}{r} = \frac{1 - hs}{\lambda s + 1} \quad (4.23)$$

Por otro lado, en la estructura de control clásica de la figura 4.1, la relación entre la señal de referencia y la salida del sistema viene dada por:

$$\frac{y}{r} = \frac{CP}{1 + CP} \quad (4.24)$$

la cual igualándola a (4.23) proporciona la estructura que debe adoptar el controlador para obtener una respuesta en lazo cerrado con una constante de tiempo determinada,  $\lambda$ :

$$C = \frac{\tau s + 1}{k(\lambda + h)s} \quad (4.25)$$

La estructura de este controlador coincide con la de un controlador PI con las siguientes constantes [141]:

$$k_p = \frac{\tau}{k(\lambda + h)} \quad (4.26)$$

$$\tau_i = \tau \quad (4.27)$$

donde  $k$ ,  $\tau$  y  $h$  son la ganancia, la constante de tiempo y el retardo del proceso de primer orden a controlar. Por tanto cuando se usa el método IMC para controlar un proceso de primer orden con retardo, el controlador que se obtiene es un PI cuya ganancia proporcional depende de la constante de tiempo de la respuesta deseada en lazo cerrado,  $\lambda$ . La elección de  $\lambda$  es una decisión clave en este método de sintonización, pues en general valores altos de  $\lambda$  proporcionan respuestas lentas aunque sistemas con gran robustez. Por contra, valores pequeños de  $\lambda$  proporcionan respuestas rápidas y poco robustas, aunque con un buen rechazo de perturbaciones.

Entre las distintas maneras de fijar  $\lambda$  que se han estudiado en la literatura [107, 133, 140], en este trabajo se va a seguir la dada por S. Skogestad en [140], en la que se iguala la constante de tiempo deseada al retardo del proceso,  $\lambda = h$ . Con esta elección se obtiene una respuesta razonadamente rápida con altos márgenes de estabilidad y buen rechazo de perturbaciones. De esta forma, los parámetros del controlador PI, (4.26) y (4.27), vienen dados por:

$$k_p = \frac{\tau}{2kh} \quad (4.28)$$

$$\tau_i = \tau \quad (4.29)$$

Con estas expresiones se van a obtener los parámetros de un controlador PI, los cuales se van a usar junto a un coeficiente de reset determinado para sintonizar un controlador PI+CI. Esta sintonización va a diferir según se trate de modelos con retardo no dominante y modelos con retardo dominante.

### 4.2.1 Modelos con retardo no dominante

Prácticamente todos los procesos industriales responden a un modelo con retardo, dominante o no. Cuando el proceso tiene un retardo mucho menor que su constante de tiempo,  $\tau \gg h$ , se dice que su retardo no domina sobre la dinámica del sistema de control. Para sintonizar un controlador PI+CI para este tipo de procesos se va a considerar el siguiente ejemplo:

$$P_1(s) = \frac{1}{20s + 1} e^{-s} \quad (4.30)$$

En primer lugar, para este proceso se sintoniza el controlador base lineal PI usando el método IMC, (4.28) y (4.29), al cual llamaremos PI-IMC. Los parámetros

ros que se obtienen para este controlador son  $k_p = 10$  y  $\tau_i = 20$  s. Estos mismos parámetros se usan en el controlador **PI+CI**, el cual queda sintonizado al fijar un coeficiente de reset. En este caso este coeficiente se va a fijar en un valor relativamente bajo,  $p_{reset} = 0.1$ . A este controlador **PI+CI** se la va a denotar por **PI+CI-IMC**.

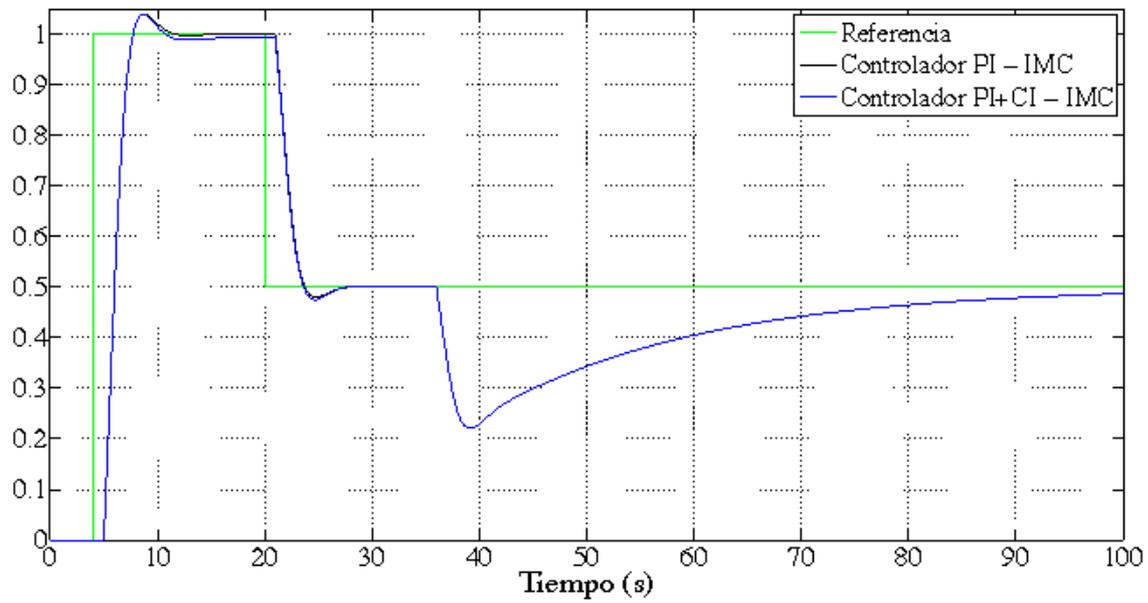
Para comprobar el comportamiento de la acción de reset sobre el controlador **PI-IMC**, en la figura 4.5 se han comparado las respuestas y las señales de control del controlador **PI-IMC** y el controlador **PI+CI-IMC** ante cambios en la señal de referencia y ante rechazo de perturbaciones. De esta figura se deduce que el reset empeora la respuesta del controlador lineal ante cambios en la referencia, pues el *overshoot* no se reduce y el *undershoot* aumenta. Por otro lado, al no hacer reset en el rechazo de perturbaciones, el controlador **PI+CI-IMC** se comporta de igual forma que el lineal, no mejorando tampoco el comportamiento del sistema lineal.

El hecho de que el reset no mejore, sino que empeore, la respuesta del sistema lineal se debe a que el valor obtenido de la constante de tiempo integral,  $\tau_i$ , por el método **IMC** es muy alto para el proceso considerado. De esta manera la influencia que el peso del término integral en la señal de control es muy pequeña, pues cuando  $\tau_i \rightarrow \infty$ ,  $\frac{1}{\tau_i} \rightarrow 0$ . Cuando además se resetea una parte del término integral, por muy pequeña que sea,  $p_{reset} = 0.1$ , se reduce aún más la influencia del integrador, aumentando los *undershoots* del sistema en lazo cerrado. Por tanto, aunque con el método **IMC** se obtienen buenas respuestas ante cambios en la referencia, ante rechazo de perturbaciones las respuestas son demasiado lentas. Para solucionar este comportamiento del sistema lineal ante rechazo de perturbaciones se va a disminuir el valor de  $\tau_i$ , aunque no demasiado, pues el sistema se puede hacer muy oscilatorio. Por ello,  $\tau_i$  se va a fijar en un valor intermedio usando la siguiente relación [140]:

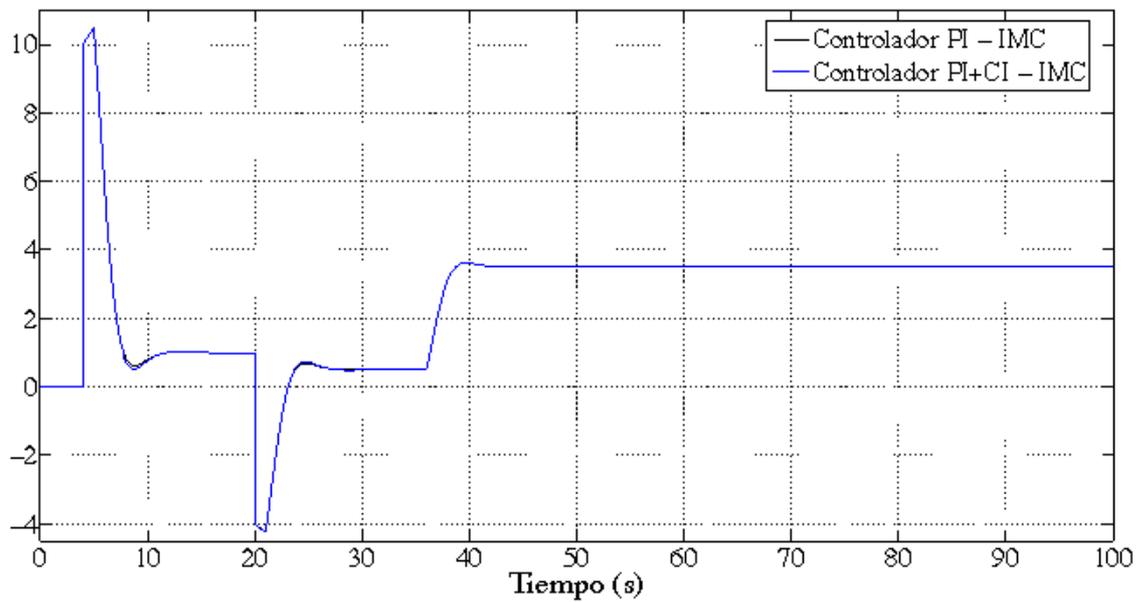
$$\tau_i = 8h \quad (4.31)$$

la cual junto a (4.28) constituyen el método del control del modelo interno de Skogestad (**SIMC**). Aplicando este método al proceso considerado en (4.30), se sintoniza un nuevo controlador base lineal **PI** con los siguientes parámetros:  $k_p = 10$  y  $\tau_i = 8$  s, los cuales se usan también para el controlador **PI+CI**. En este caso el coeficiente de reset para el controlador **PI+CI** va a ser mayor que el caso anterior,  $p_{reset} = 0.55$ .

En la figura 4.6 se han representado las respuestas y las señales de control del sistema en lazo cerrado ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones, considerando el controlador **PI** sintonizado por **IMC** (**PI-IMC**), el controlador **PI** sintonizado por **SIMC** (**PI-SIMC**), es decir, con una  $\tau_i$  menor y el controlador



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.5: Proceso de primer orden con retardo no dominante (PI-IMC y PI+CI-IMC)

PI+CI con  $p_{reset} = 0.55$ , (PI+CI-SIMC) y de igual constantes que el PI-SIMC.

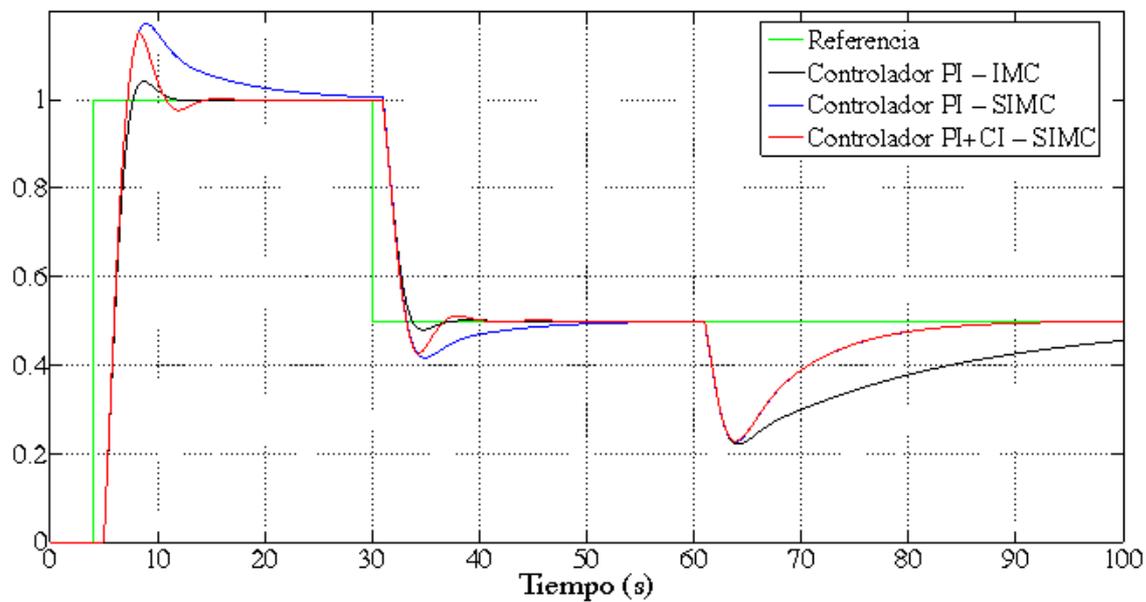
De esta figura se deduce que el controlador PI-SIMC proporciona un rechazo de perturbaciones más rápido que el dado por el controlador PI sintonizado con IMC. Por contra, ante cambios en la referencia el controlador PI-SIMC aumenta el *overshoot* de la respuesta en comparación con el sintonizado por IMC, alargando su transitorio. Precisamente el controlador PI+CI se va a usar para acortar este transitorio y disminuir el *overshoot*. Como se observa, la acción de reset mejora considerablemente la respuesta del controlador PI-SIMC ante cambios en la referencia, pues disminuye el *overshoot* y el tiempo de asentamiento. Ante rechazo de perturbaciones, como el sistema no hace reset, el controlador PI+CI se comporta de igual manera que el lineal y por tanto con mayor velocidad que el controlador PI-IMC.

En cuanto al cambio de referencias, el controlador reseteado PI+CI-SIMC es más rápido que el controlador PI-IMC, pero tiene mayores *overshoots* y *undershoots*, dando unos índices de *performance* ligeramente mayores, tal y como se indica en la tabla 4.2.

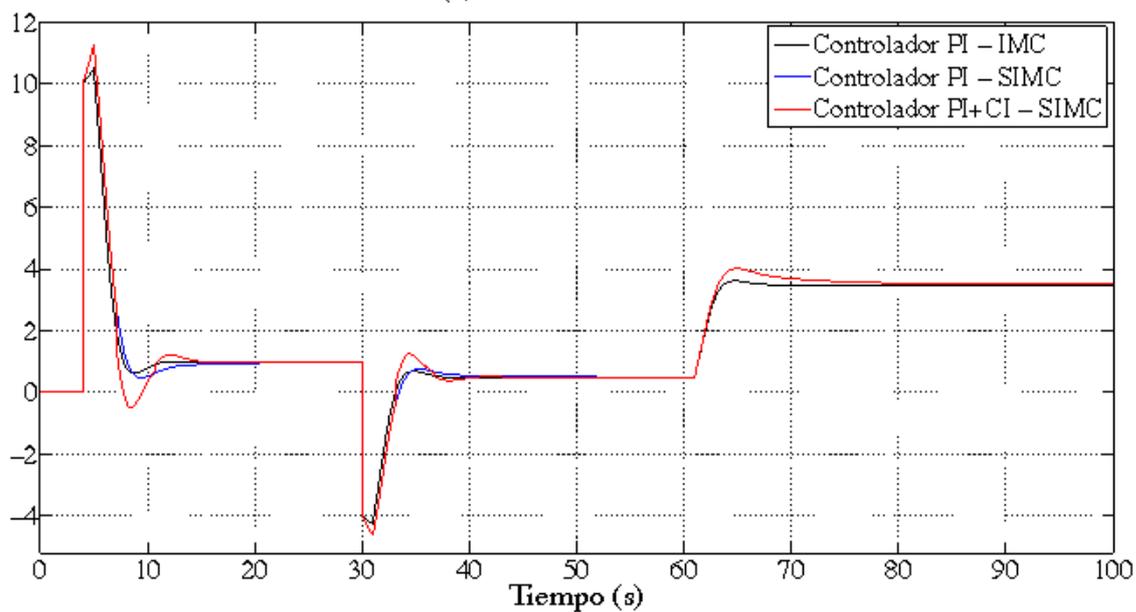
	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	3.25	45.51	5.10	384	61.3	9.92
PI-SIMC	4.74	79.46	2.40	164	52.5	9.64
PI+CI-SIMC	3.54	50.96	2.40	164	51	9.19

Tabla 4.2: Índices de *performance* (proceso de primer orden con retardo no dominante)

Además de los valores IAE e ITAE, también se han calculado los márgenes de estabilidad del proceso para los tres controladores considerados, cuyo diagrama de Nichols se ha representado en la figura 4.7. Aunque los márgenes de estabilidad del sistema con el controlador PI-IMC son mayores que para el controlador PI+CI-SIMC, los márgenes de éste son lo suficientemente grandes como para garantizar la robustez del sistema en lazo cerrado.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.6: Proceso de primer orden con retardo no dominante (PI-IMC, PI-SIMC y PI+CI-SIMC)

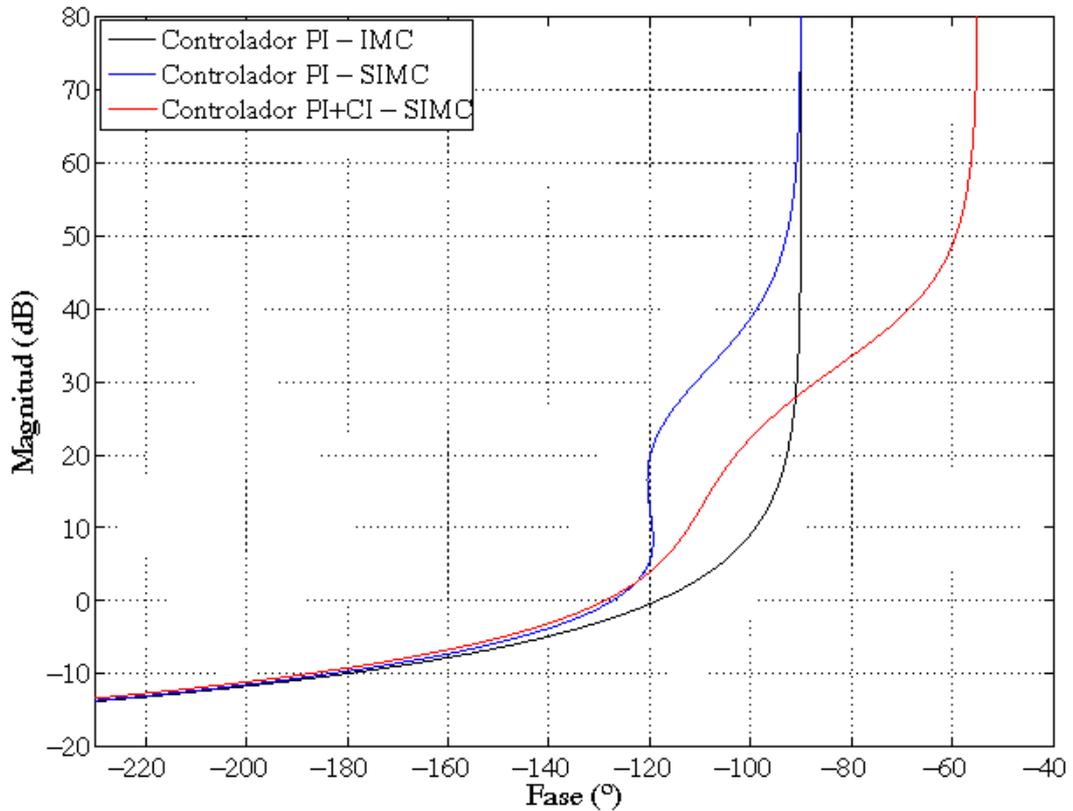


Figura 4.7: Diagrama de Nichols (proceso de primer orden con retardo no dominante)

Por tanto se puede concluir que con el controlador **PI+CI** se obtiene una mejora notable ante el rechazo de perturbaciones en comparación con el controlador **PI-IMC** ( $IAE_{PI+CI-SIMC} = 2.40$  s frente a  $IAE_{PI-IMC} = 5.10$  s), deteriorando ligeramente su respuesta ante cambios en la referencia ( $IAE_{PI+CI-SIMC} = 3.54$  s frente a  $IAE_{PI-IMC} = 3.25$  s).

A modo de resumen, para sintonizar un controlador **PI+CI** con un proceso de primer orden con retardo no dominante se deben seguir las siguientes reglas:

1. Sintonizar el controlador **PI** base lineal usando las siguientes relaciones:

$$k_p = \frac{\tau}{2kh} \quad \text{y} \quad \tau_i = 8h$$

2. Usar estos parámetros en el controlador **PI+CI** y aumentar el coeficiente de reset hasta un valor medio,  $p_{reset} \in [0.3, 0.6]$ .

### 4.2.2 Modelos con retardo dominante

Al contrario que en el caso anterior, se dice que un proceso tiene retardo dominante cuando su constante de tiempo es al menos del mismo orden que su retardo. Un ejemplo de esta clase de procesos es el siguiente modelo:

$$F_2(s) = \frac{1}{2s + 1} e^{-s} \quad (4.32)$$

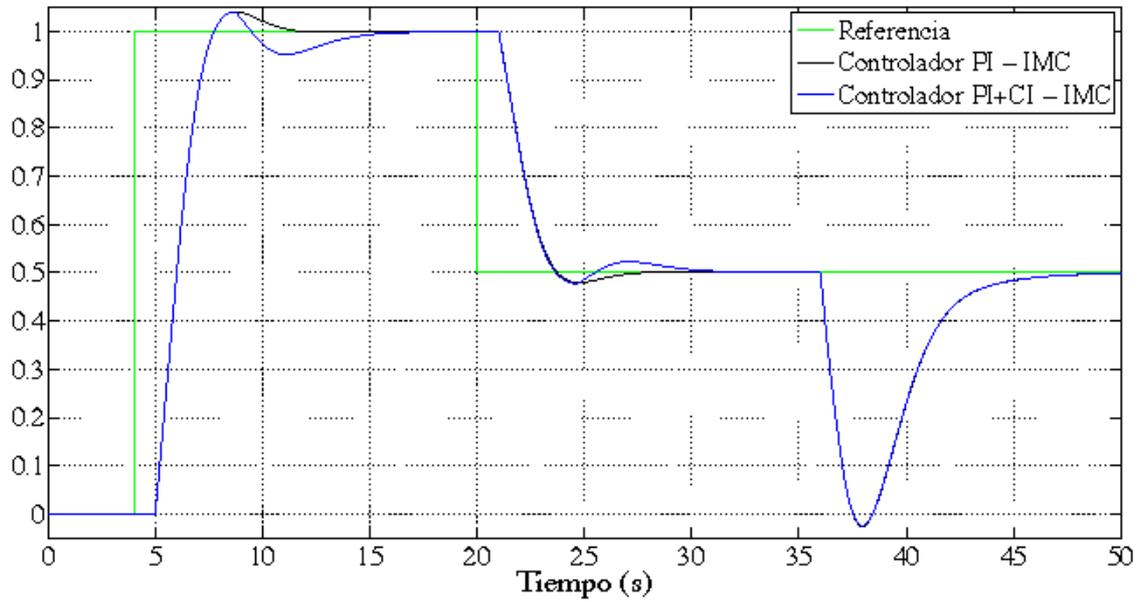
Para este proceso el controlador PI se sintoniza de nuevo con el método IMC, (PI-IMC), usando (4.28) y (4.29), de manera que los parámetros obtenidos son  $k_p = 1$  y  $\tau_i = 2$  s. De nuevo el controlador PI+CI se sintoniza usando estos parámetros junto a un pequeño coeficiente de reset de 0.1, PI+CI-IMC.

En la figura 4.8 se representa el comportamiento del controlador PI y del PI+CI ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones. Comparando las señales de salida, figura 4.8a y las de control, figura 4.8b, se deduce que la acción de reset empeora el comportamiento del controlador lineal ante cambios en la referencia y se comporta de igual forma ante rechazo de perturbaciones.

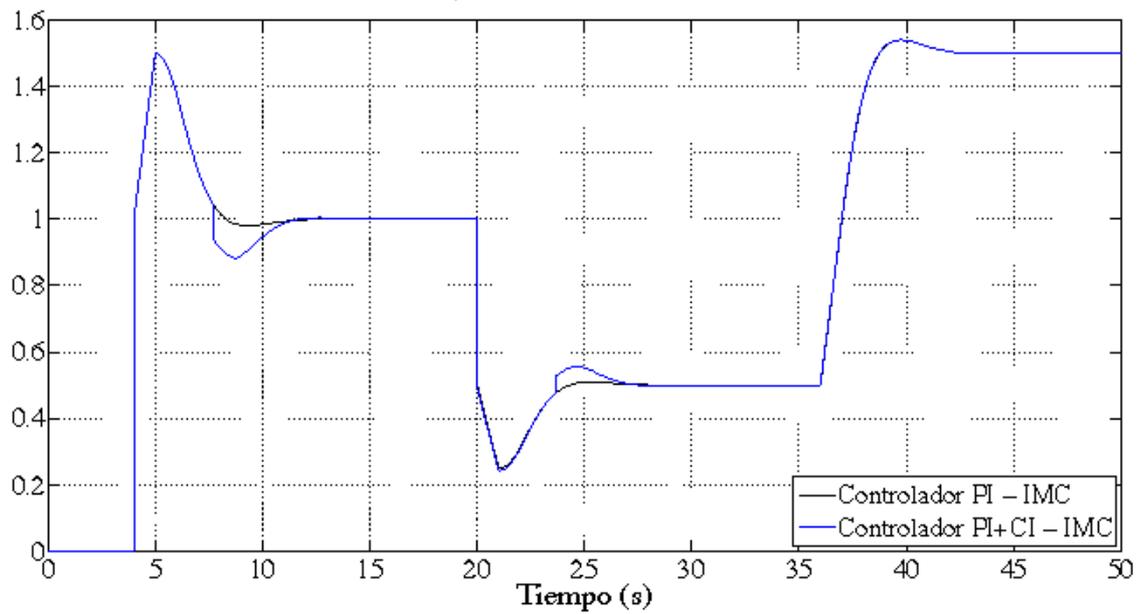
Este efecto perjudicial de la acción de reset sobre el sistema de control se debe al hecho de que el controlador base PI sintonizado mediante el método IMC proporciona una respuesta con muy poco *overshoot*, de tal forma que la señal de control alcanza directamente el estado estacionario sin apenas oscilaciones. Además en la figura 4.8b se observa que en el instante de reset la señal de control casi ha alcanzado ya el estado estacionario, de manera que cualquier coeficiente de reset, por muy pequeño que sea, alejaría a la señal de control de su valor en estado estacionario, empeorando por tanto la respuesta del sistema.

Para intentar mejorar la respuesta del sistema de control reseteado, se va a proceder a desintonizar el controlador base PI lineal. Esta desintonización va a consistir en hacer que la respuesta del sistema en lazo cerrado sea más rápida y por tanto más oscilatoria, fijando un valor menor de la constante de tiempo de la respuesta deseada,  $\lambda$ . Recordemos que anteriormente se había fijado que  $\lambda$  fuera igual al retardo, por lo que ahora para obtener una respuesta más rápida se va a fijar una constante de tiempo igual a dos tercios del retardo,  $\lambda = \frac{2}{3}h$ .

Con este nuevo valor de  $\lambda$ , la constante de tiempo integral del controlador base lineal PI, (4.29), permanece igual, pero la ganancia proporcional ahora se expresa mediante la siguiente relación:



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.8: Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC y PI+CI-IMC)

$$k_p = \frac{3\tau}{2kh} \quad (4.33)$$

Con esta modificación, los parámetros del controlador PI desintonizado (PI-des) para el proceso (4.32) son  $k_p = 1.2$  y  $\tau_i = 2$  s. En este caso, las constantes  $k_p$  y  $\tau_i$  del controlador PI+CI volverán a coincidir con las del controlador PI-des, y además se va a considerar un coeficiente de reset pequeño, de 0.1, PI+CI-des, al igual que en el caso anterior.

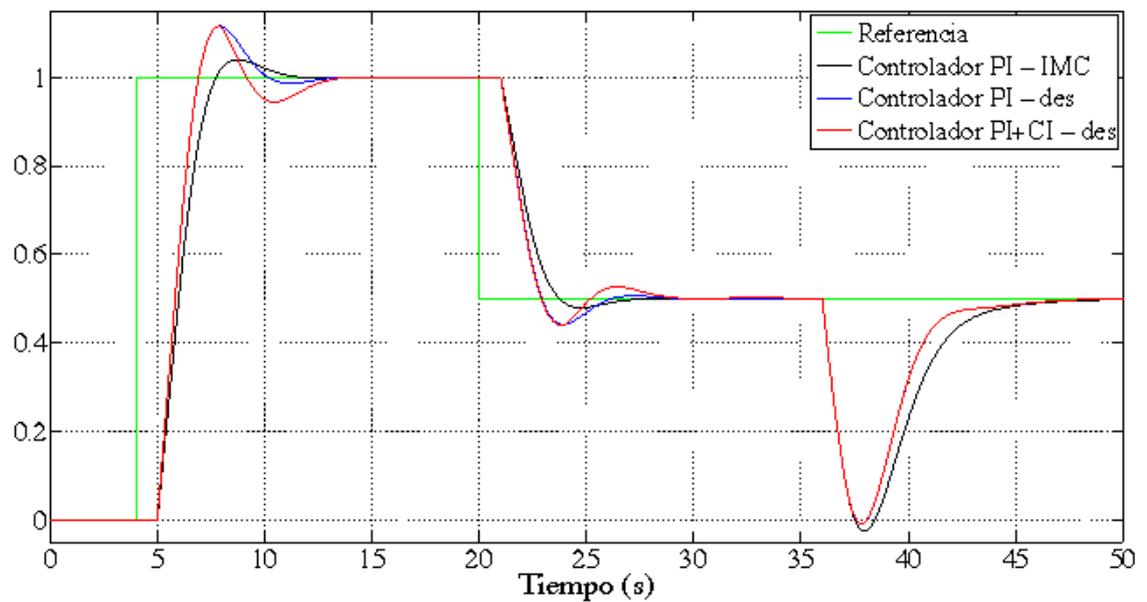
En la figura 4.9 se ha representado el comportamiento de los controladores PI-IMC, PI-des y PI+CI-des ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones. Además, se han calculado sus valores IAE e IATE, recogidos en la tabla 4.3.

	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	3.25	34.67	2	77.83	61.3	9.94
PI-des	3.16	33.93	1.66	64.34	55.6	8.36
PI+CI-des	3.23	34.67	1.66	64.34	56	8.23

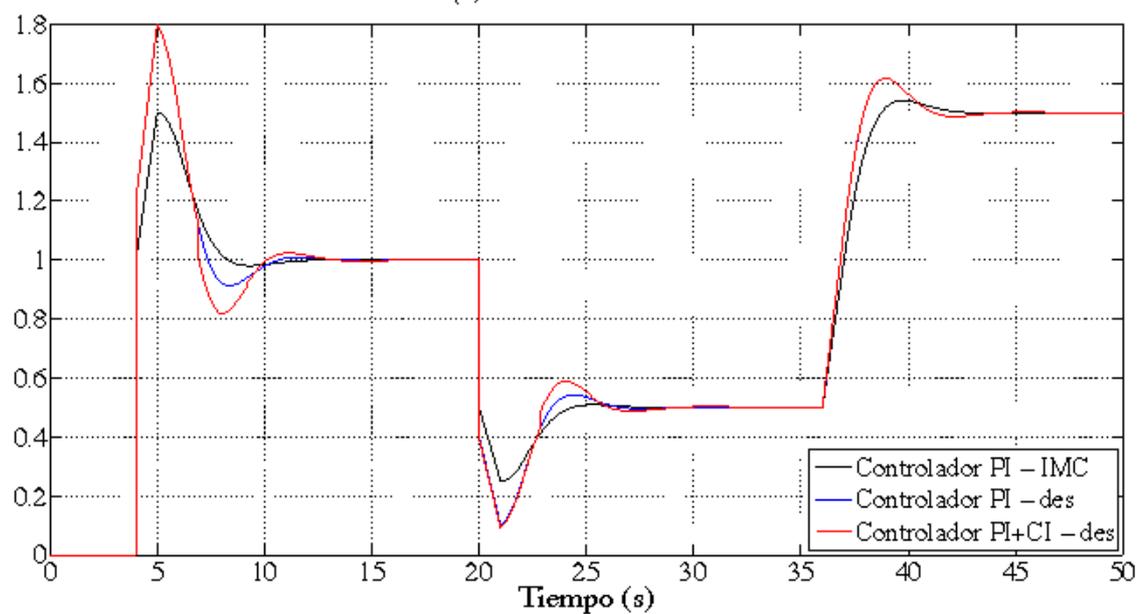
Tabla 4.3: Índices de *performance* (proceso de primer orden con retardo dominante)

Observando las señales de salida, figura 4.9a, las de control, figura 4.9b, y los índices de *performance* de la tabla 4.3, se puede deducir que el controlador PI desintonizado, a pesar de tener más *overshoot* y *undershoot*, se comporta de mejor manera que el sintonizado por IMC, pues ante cambios en la referencia la respuesta del sistema es más rápida y se obtienen menores valores de IAE e ITAE. En cuanto al rechazo de perturbaciones, el controlador PI desintonizado también mejora el comportamiento del PI-IMC, obteniendo una respuesta más rápida con menores índices de *performance*.

Por otro lado, el controlador PI+CI-des mejora el comportamiento del controlador PI-IMC ante cambios en la referencia, pues a pesar de tener más *overshoot* y *undershoot*, la respuesta es más rápida dando lugar a menores valores de IAE e ITAE. En cuanto a rechazo de perturbaciones, el controlador reseteado se comporta de igual forma que su controlador base lineal, es decir el PI-des, al no haber acción de reset mejorando así la respuesta del controlador PI sintonizado por IMC.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.9: Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des)

Cuando se compara el comportamiento del controlador PI+CI con su homólogo lineal ante cambios en la referencia se deduce que la respuesta del sistema empeora dando lugar a mayores *undershoots* y por tanto mayores índices de *performance*. Este empeoramiento de la respuesta al aplicar la acción de reset se debe principalmente al efecto perjudicial que el retardo dominante del proceso ejerce sobre la acción de reset. Este efecto del retardo se estudiará en profundidad en el siguiente capítulo a la vez que se propondrán soluciones para evitarlo.

Además de los valores IAE e ITAE, también se han calculado los márgenes de estabilidad del proceso para los tres controladores considerados, cuyo diagrama de Nichols se ha representado en la figura 4.10. En esta figura se observa que aunque los márgenes de estabilidad del sistema con el controlador PI-IMC son mayores que los del controlador PI+CI-des, los márgenes de éste son lo suficientemente grandes como para garantizar la robustez del sistema en lazo cerrado.

Resumiendo, cuando se usa un controlador PI+CI con un proceso de primer orden con retardo dominante se deben seguir las siguientes reglas de sintonización:

1. Sintonizar el controlador PI base lineal usando las siguientes expresiones:

$$k_p = \frac{3\tau}{2kh} \quad \text{y} \quad \tau_i = h$$

2. Usar estos parámetros en el controlador PI+CI y aumentar ligeramente el coeficiente de reset. Debido al retardo dominante del proceso, aún con valores bajos de  $p_{reset}$  la respuesta del sistema de control reseteado puede empeorar respecto a la lineal dando grandes *undershoots*. En el capítulo siguiente se estudiarán dos formas de solucionar este comportamiento del controlador PI+CI.

### 4.3 Procesos de segundo o mayor orden

En esta sección se van a estudiar procesos cuyos modelos pueden ser de segundo o mayor orden. Para poder sintonizar un controlador PI+CI con cualquier proceso usando las reglas de sintonización dadas en la sección anterior, el proceso se debe aproximar a un modelo de primer orden con retardo. Para ello se va a usar la aproximación desarrollada en [140], la cual se basa en el método *half-rule*. Este método considera que la mayor constante de tiempo del proceso es despreciable y que se distribuye uniformemente tanto en el retardo efectivo del modelo aproximado

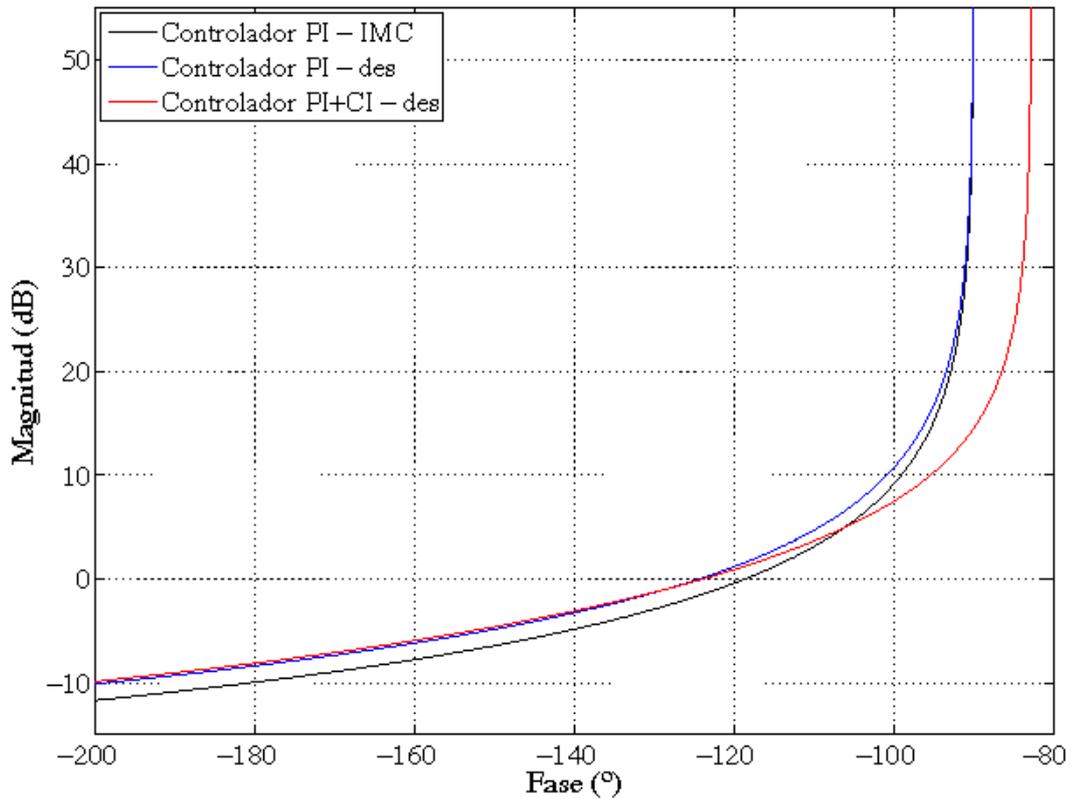


Figura 4.10: Diagrama de Nichols (el proceso de primer orden con retardo dominante)

como en la menor constante de tiempo de tal modelo. Siguiendo esta regla, el siguiente proceso de orden general:

$$P(s) = \frac{\prod_j (T_{j0}s + 1)}{\prod_i (\tau_{i0}s + 1)} e^{-h_0 s} \quad (4.34)$$

donde  $\tau_{i0} > \tau_{i+1,0}$  y  $T_{j0} > T_{j+1,0}$ , se aproxima a un modelo de primer orden con retardo:

$$\tilde{P}(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-hs} \quad (4.35)$$

usando una serie de expresiones que relacionan las constantes de ambos modelos.

En primer lugar, se calcula la constante de tiempo del modelo (4.35) con la siguiente expresión:

$$\tau = \tau_{10} + \frac{\tau_{20}}{2} \quad (4.36)$$

Posteriormente, se obtiene el retardo efectivo usando:

$$h = h_0 + \frac{\tau_{20}}{2} + \sum_{i \geq 3} \tau_{i0} \quad (4.37)$$

Por último, en el caso de que la función de transferencia del proceso general (4.34) tenga ceros, éstos se anulan con los polos más cercanos a ellos siguiendo una de las siguientes aproximaciones:

$$\frac{T_0 s + 1}{\tau_0 s + 1} \simeq \begin{cases} \frac{T_0}{\tau_0} & T_0 \geq \tau_0 \geq h \\ \frac{T_0}{h} & T_0 \geq h \geq \tau_0 \\ 1 & h \geq T_0 \geq \tau_0 \\ \frac{T_0}{\tau_0} & \tau_0 \geq T_0 \geq 5h \end{cases} \quad (4.38)$$

Una vez aproximado el proceso a un modelo de primer orden con retardo, dividiremos los procesos en función de su retardo, tal y como se hizo en la sección anterior para poder aplicar las reglas de sintonización estudiadas. Por tanto, cuando  $\tau \gg h$ , se considerará que el retardo del proceso no es dominante; en caso contrario, el modelo tendrá un retardo dominante.

### 4.3.1 Modelos con retardo no dominante

Para obtener un modelo de estas características, vamos a considerar el siguiente proceso con un tiempo de subida,  $t_r = 64$  s, mucho mayor que su retardo,  $h_0 = 1$  s:

$$F_3(s) = \frac{(15s + 1)}{(25s + 1)(20s + 1)(s + 1)} e^{-s} \quad (4.39)$$

En primer lugar se va a aproximar el cero del proceso,  $(15s + 1)$ , con su polo más próximo,  $(20s + 1)$ , usando una de las relaciones de (4.38). Pero para saber cual de las relaciones se ha de usar, primeramente se debe calcular el retardo aproximado. Para ello usando (4.37), se obtiene  $h = 1.5$  s. Como se cumple la condición  $\tau_0 \geq T_0 \geq 5h$ , el cero y el polo se aproximan como:

$$\frac{15s + 1}{20s + 1} \simeq \frac{15}{20} = 0.75 \quad (4.40)$$

Por último, con (4.36) se calcula la aproximación de la constante de tiempo, obteniendo  $\tau = 25.5$  s. Con esta aproximación el proceso (4.39) se representa mediante el siguiente modelo de primer orden con retardo:

$$\tilde{P}_3(s) = \frac{0.75}{25.5s + 1} e^{-1.5s} \quad (4.41)$$

Como vemos en este modelo aproximado, la constante de tiempo  $\tau = 25.5$  s es bastante mayor que el retardo  $h = 1.5$  s, siendo por ello un modelo con retardo no dominante. Por tanto para sintonizar el controlador PI+CI se van a usar las reglas de sintonización explicadas en la sección 4.2.1. Con ellas, en primer lugar se sintoniza el controlador PI base lineal con las siguientes expresiones:

$$k_p = \frac{\tau}{2kh} \quad \text{y} \quad \tau_i = 8h$$

dando los valores  $k_p = 11.3$  y  $\tau_i = 12$  s. A este controlador lineal se le va a denotar como PI-SIMC. En segundo lugar, para sintonizar el controlador PI+CI se van a usar estos parámetros junto a un coeficiente de reset. En este caso se ha fijado un valor medio,  $p_{reset} = 0.55$ , para el controlador PI+CI, que se denotará como PI+CI-SIMC.

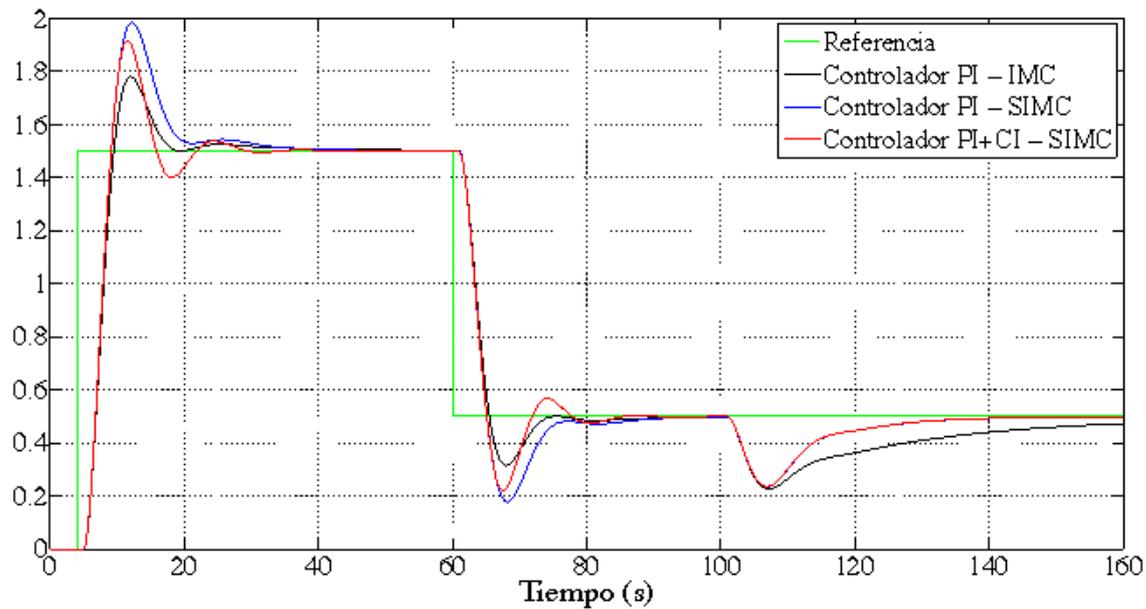
Por motivos comparativos también se va a sintonizar un controlador PI usando el método IMC. En este caso, con (4.28) y (4.29), se han obtenido las siguientes constantes:  $k_p = 11.3$  y  $\tau_i = 25.5$  s.

En la figura 4.11 se han representado las respuestas, figura 4.11a, y las señales de control, figura 4.11b, del sistema en lazo cerrado con los dos controladores PI lineales y con el controlador PI+CI. Se observa que al tener una constante de tiempo integral menor, los controladores PI-SIMC y PI+CI-SIMC proporcionan una respuesta más rápida, sobre todo ante rechazo de perturbaciones. Sin embargo, ante cambios en la referencia estas respuestas tienen mayor *overshoot*, y por consiguiente peores índices de *performance*, tal y como indica la tabla 4.4.

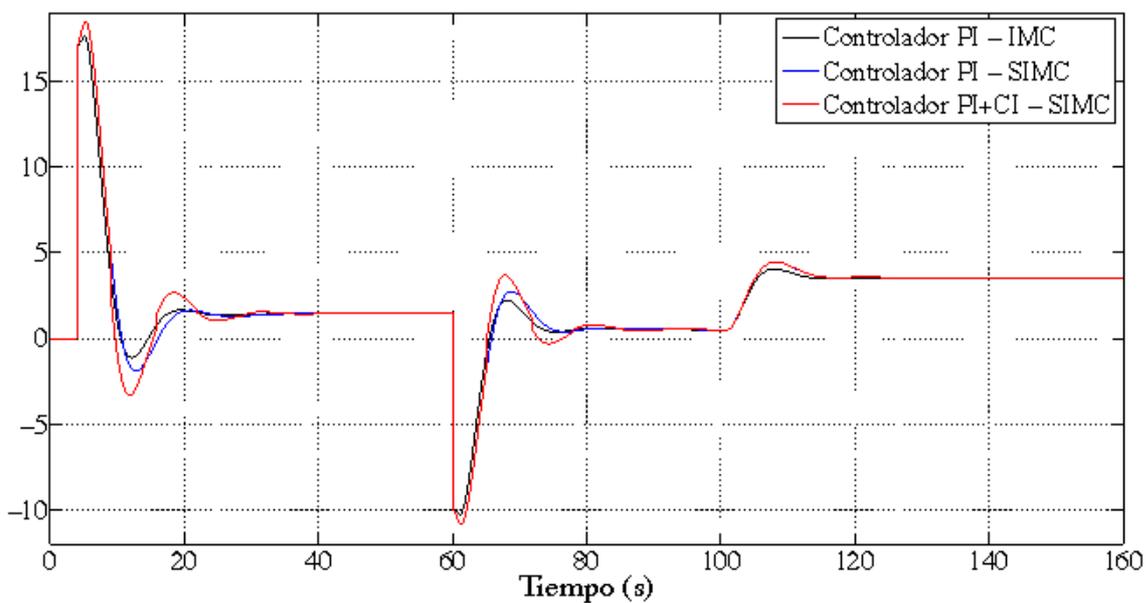
	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	11.28	348	6.14	733	50.6	10.31
PI-SIMC	13.87	446	3.17	359	42.6	9.77
PI+CI-SIMC	12.04	373	3.17	359	40.8	9.25

Tabla 4.4: Índices de *performance* (proceso de tercer orden con retardo no dominante)

El *overshoot* del controlador PI-SIMC disminuye al usar el controlador PI+CI, obteniendo menores índices de *performance* ante cambios en la referencia para similares márgenes de estabilidad, representados en la figura 4.12. A pesar de esta disminución del *overshoot*, la respuesta del controlador PI+CI es ligeramente peor ante cambios en la referencia que la del PI sintonizado por IMC ( $IAE_{PI+CI-SIMC} =$



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.11: Proceso de tercer orden con retardo no dominante (PI-IMC, PI-SIMC y PI+CI-SIMC)

12.04 s frente a  $IAE_{PI-IMC} = 11.28$  s), pero es considerablemente mejor y más rápida ante el rechazo de perturbaciones, ( $IAE_{PI+CI-SIMC} = 3.17$  s frente a  $IAE_{PI-IMC} = 6.14$  s).

Para lo tanto, se puede concluir que el controlador PI+CI va a ser el más rentable, pues va a cometer menores errores, ya que la suma de los valores IAE ( $IAE_{total} = IAE_{referencia} + IAE_{perturbacion}$ ) es menor para el controlador PI+CI ( $IAE_{total} = 15.21$  s) que para los controladores lineales PI-IMC ( $IAE_{total} = 17.42$  s) y PI-SIMC ( $IAE_{total} = 17.04$  s).

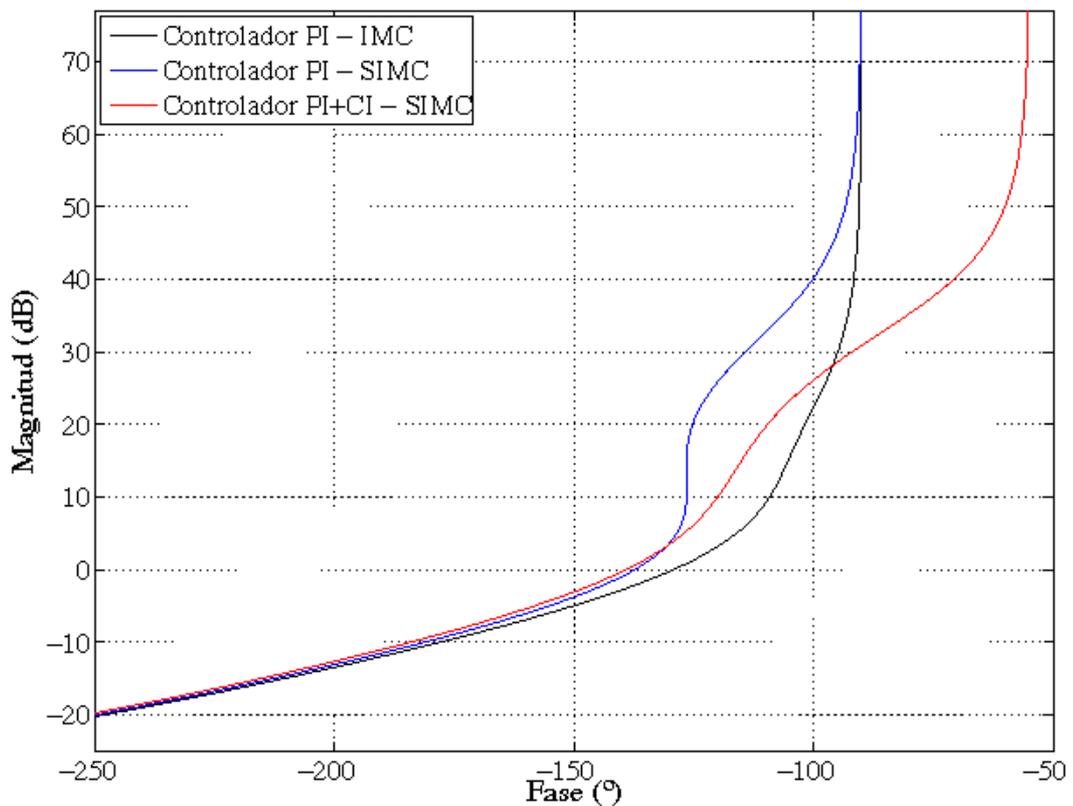


Figura 4.12: Diagrama de Nichols (proceso de tercer orden con retardo no dominante)

### 4.3.2 Modelos con retardo dominante

Como ya se ha explicado anteriormente, un proceso tendrá retardo dominante cuando éste sea menor o del mismo orden que su constante de tiempo. Para estudiar la acción de reset sobre este tipo procesos de orden general con retardo dominante se va a considerar el siguiente ejemplo:

$$P_4(s) = \frac{1}{(s+1)^2} e^{-s} \quad (4.42)$$

en el cual su tiempo de subida  $t_r = 3.4$  s es del mismo orden que su retardo  $h_0 = 1$  s. Para aproximar este proceso a un modelo de primer orden con retardo, se calcula el retardo efectivo y la constante de tiempo usando (4.36) y (4.37). El modelo aproximado que se obtiene responde a la siguiente función de transferencia:

$$\tilde{P}_4(s) = \frac{1}{1.5s+1} e^{-1.5s} \quad (4.43)$$

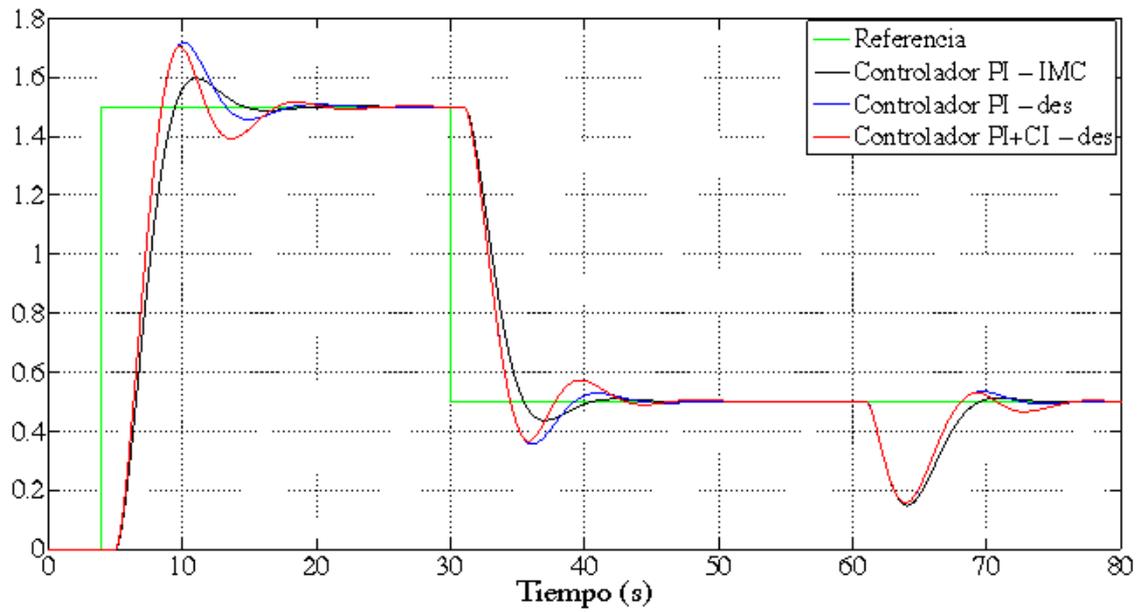
Como la constante de tiempo de este modelo es igual a su retardo se confirma que se trata de un modelo con retardo dominante. Por ello para sintonizar el controlador PI+CI se van a usar la reglas de sintonización dadas en la sección 4.2.2. Con estas reglas se sintoniza en primer lugar el controlador PI base lineal con las siguientes relaciones:

$$k_p = \frac{3\tau}{2kh} \quad \text{y} \quad \tau_i = \tau$$

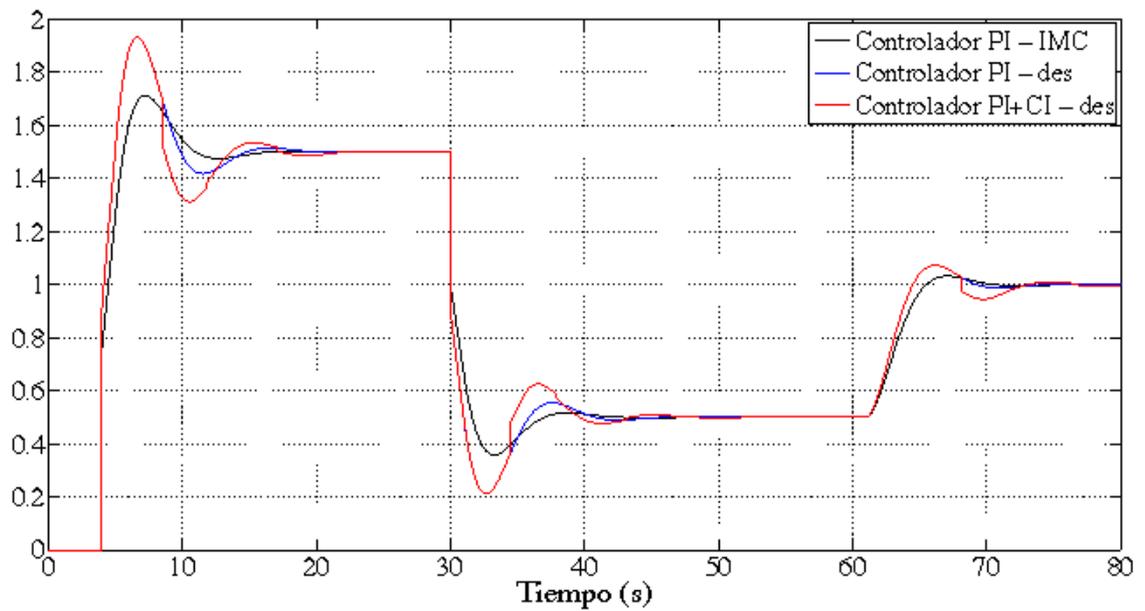
obteniendo los valores  $k_p = 0.6$  y  $\tau_i = 1.5$  s. A este controlador lineal se le va a denotar como PI-des. En segundo lugar, para sintonizar el controlador PI+CI se van a usar estas constantes junto a un coeficiente de reset bajo  $p_{reset} = 0.1$ , denotando a este controlador como PI+CI-des.

Estos dos controladores se van a comparar con un controlador PI sintonizado con IMC, PI-IMC. Para ello se usan (4.28) y (4.29) para obtener los parámetros  $k_p = 0.5$  y  $\tau_i = 1.5$  s.

En la figura 4.13 se ha representado el comportamiento de los controladores PI-IMC, PI-des y PI+CI-des ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones. Además, en la tabla 4.5 se han recogido los valores calculados de IAE e IATE.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.13: Proceso de segundo orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des)

	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	8.45	140	1.57	102	60.4	10.32
PI-des	8.39	142	1.43	93	54.3	8.73
PI+CI-des	8.45	140	1.57	101	57	8.5

Tabla 4.5: Índices de *performance* (proceso de segundo orden con retardo dominante)

De las respuestas del sistema, figura 4.13a, y de los índices de *performance*, tabla 4.5, se deduce que el controlador PI-des, a pesar de tener más *overshoot* y *undershoot*, se comporta de mejor manera que el sintonizado por IMC, pues ante cambios en la referencia la respuesta del sistema es más rápida y se obtienen menores valores de IAE e ITAE. En cuanto al rechazo de perturbaciones, el controlador PI-des también mejora el comportamiento del PI-IMC, obteniendo una respuesta más rápida con menores índices de *performance*.

Por otro lado, el controlador PI+CI-des aunque es más rápida que la del controlador PI-IMC, también tiene más *overshoot* y *undershoot*, de manera que ambos tienen unos índices de *performance* similares, pudiéndose decir que su comportamiento es similar ante cambios en la referencia y rechazo de perturbaciones.

Por el contrario, cuando se compara el comportamiento del controlador PI+CI-des con su homólogo PI lineal se deduce que la acción de reset empeora la respuesta del sistema lineal tanto en los cambios de referencia como en el rechazo de perturbaciones, dando mayores *overshoots* y *undershoots*. Este empeoramiento de la respuesta al aplicar la acción de reset se debe principalmente al efecto perjudicial que el retardo dominante del proceso ejerce sobre el controlador reseteado. Este efecto del retardo se estudiará en profundidad el siguiente capítulo a la vez que se propondrán soluciones para evitarlo.

Además de los valores IAE e ITAE, también se han calculado los márgenes de estabilidad del proceso para los tres controladores considerados, cuyo diagrama de Nichols se ha representado en la figura 4.14. En esta figura se observa que aunque los márgenes de estabilidad del sistema con el controlador PI-IMC son un poco mayores que los de los otros dos, éstos siguen siendo lo suficientemente grandes como para garantizar la robustez del sistema en lazo cerrado. Observese que la acción de reset aumenta el margen de fase del sistema de control lineal, casi 3° para un coeficiente de reset bajo como 0.1.

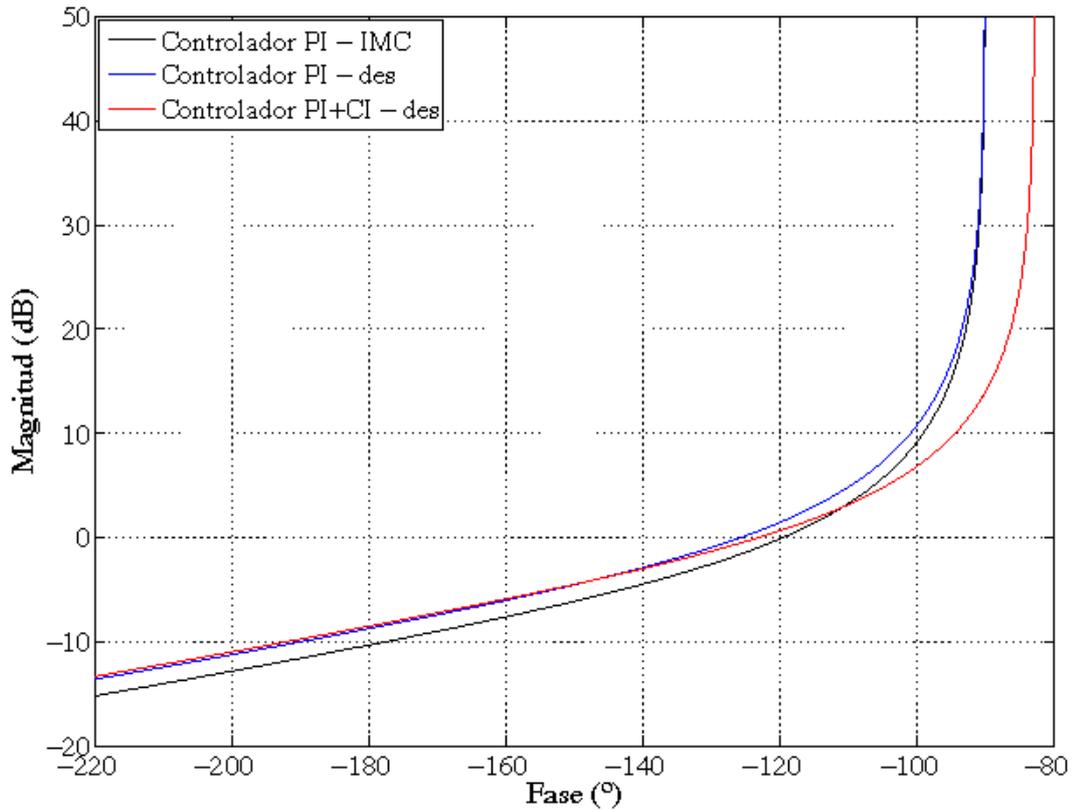


Figura 4.14: Diagrama de Nichols (proceso de segundo orden con retardo dominante)

## 4.4 Procesos con un integrador

Hasta ahora, se han considerado procesos sin integradores en su modelo, de manera que nunca se podía fijar el coeficiente de reset en su valor máximo, pues se haría cero todo el término integral del controlador PI+CI y el sistema de control reseteado no sería capaz de eliminar el error en estado estacionario. Por el contrario, en los casos en los que el modelo del proceso posee un integrador, se puede fijar el valor máximo del coeficiente de reset,  $p_{reset} = 1$ , obteniendo una respuesta óptima del sistema de control reseteado. Un modelo de primer orden se aproxima a un integrador cuando su constante de tiempo es muy grande,  $\tau \rightarrow \infty$ :

$$P(s) = \frac{k}{\tau s + 1} e^{-hs} \simeq \frac{k}{\tau s} e^{-hs} = \frac{k'}{s} e^{-hs} \quad (4.44)$$

Obviamente este proceso integral va a tener retardo no dominante,  $\tau \gg h$ , de manera que el controlador PI+CI se va a sintonizar usando las reglas explicadas en la sección 4.2.1. Sin embargo para aplicar estas reglas es necesario modificar la ganancia proporcional usando la relación  $k' = \frac{k}{\tau}$ .

Por tanto para sintonizar un controlador PI+CI en un proceso con integradores se van a seguir las siguientes reglas:

1. Sintonizar el controlador PI base lineal usando:

$$k_p = \frac{1}{2k'h} \quad \text{y} \quad \tau_i = 8h$$

2. Usar estas constantes en el controlador PI+CI y fijar el coeficiente de reset en su valor máximo,  $p_{reset} = 1$ .

Para demostrar los beneficios de la compensación PI+CI en procesos con un integrador, se va a considerar el siguiente proceso:

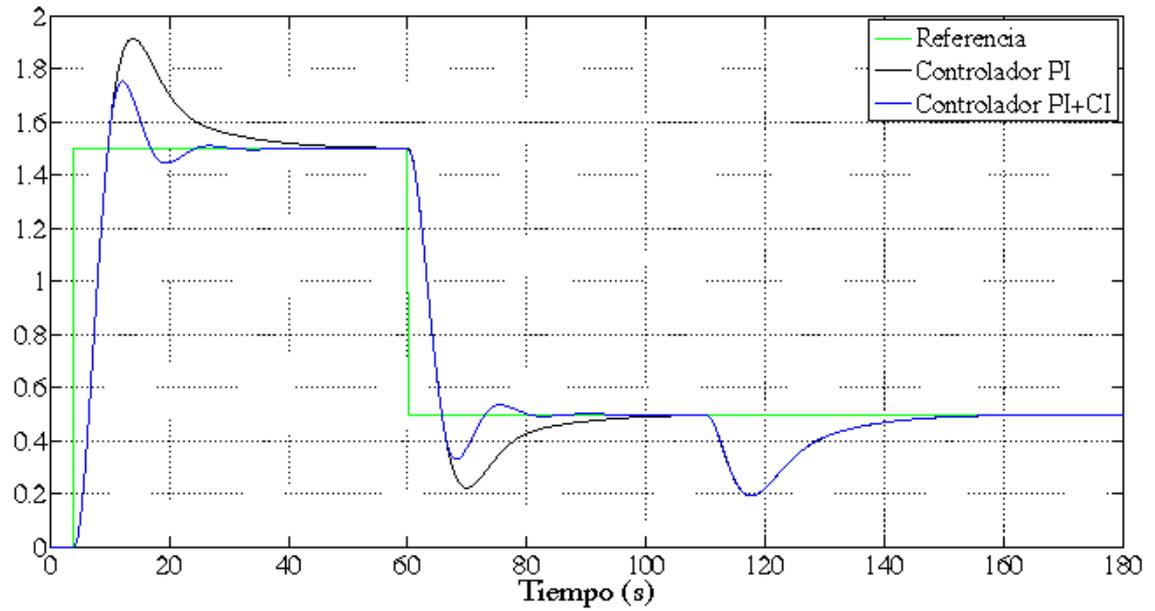
$$F_5(s) = \frac{(0.17s + 1)^2}{s(s + 1)^2(0.028s + 1)} \quad (4.45)$$

el cual se aproxima al siguiente modelo con retardo:

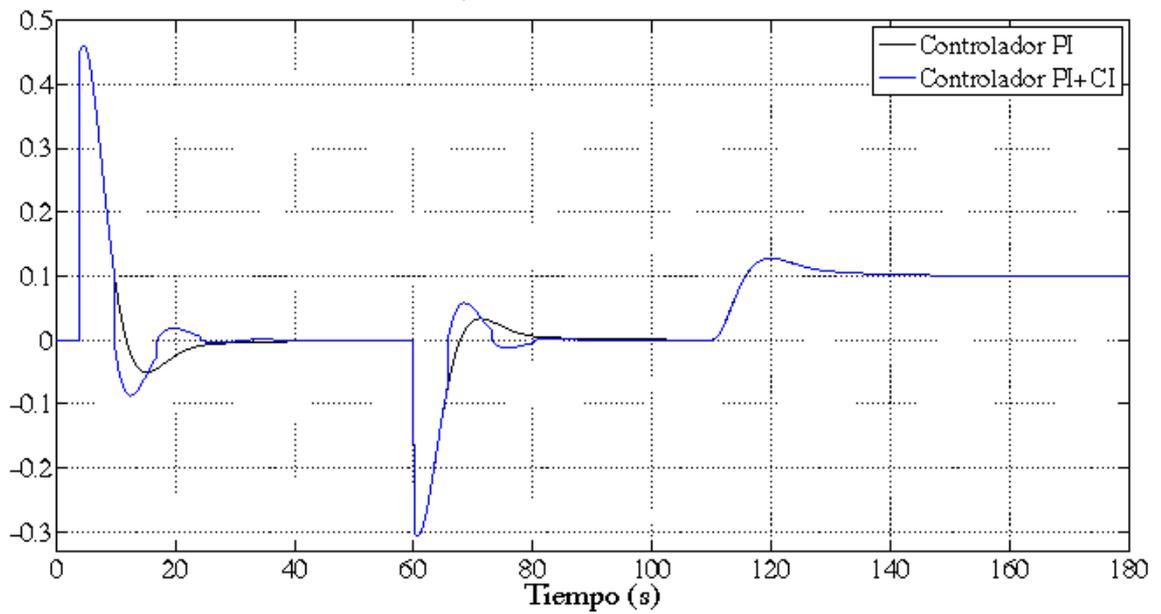
$$\tilde{F}_5(s) = \frac{1}{s} e^{-1.69s} \quad (4.46)$$

Con este modelo se sintoniza un controlador PI+CI usando las reglas de sintonización anteriores. En primer lugar se calculan las constante del controlador PI base lineal obteniendo los siguientes valores:  $k_p = 0.3$  y  $\tau_i = 13.5$  s. Obviamente estos parámetros se van a usar para sintonizar el controlador PI+CI junto a un coeficiente de reset. Como se ha explicado anteriormente, en este caso se va a fijar el valor máximo  $p_{reset} = 1$ .

En la figura 4.15 se ha representado el comportamiento del proceso (4.45) ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones con los controladores PI y PI+CI. Además, se han calculado sus índices de *performance* y sus márgenes de estabilidad, recogidos en la tabla 4.6.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.15: Proceso con un integrador (PI y PI+CI)

	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI	16.05	562	4.5	560	48.6	24.28
PI+CI	10.41	315	4.5	560	48.4	23.9

Tabla 4.6: Índices de *performance* (proceso con un integrador)

Comparando las señales de salida, figura 4.15a, y las de control, figura 4.15b, se deduce que al hacer cero todo el término integral, la respuesta del sistema de control reseteado mejora considerablemente respecto al comportamiento del lineal ante cambios en la referencia.

Con la acción de reset no solamente se disminuye el *overshoot* de la respuesta sino que también se disminuye el tiempo de asentamiento sin alterar la velocidad de la respuesta, dando por tanto menores valores de IAE e ITAE (véase tabla ??). Por otro lado, ante rechazo de perturbaciones, el sistema de control reseteado se comporta de igual forma que el lineal, pues la respuesta no se cruza con la referencia en ningún momento.

Por último, en la figura 4.16 y en la tabla 4.6, se observa que los márgenes de estabilidad del sistema de control reseteado son similares a los del sistema lineal, de manera que se puede concluir que el controlador PI+CI mejora considerablemente la respuesta del sistema lineal ante cambios en la referencia sin alterar su comportamiento ante rechazo de perturbaciones, sin apenas disminuir su robustez y sin alterar su velocidad.

## 4.5 Procesos con incertidumbre

Para sintonizar un controlador PI+CI en procesos con incertidumbre no se va a usar el método IMC sino que se va a recurrir a la Teoría de Realimentación Cuantitativa o QFT (acrónimo inglés de Quantitative Feedback Theory). Ésta es una técnica de control robusto especialmente útil para sistemas de control con gran incertidumbre en el proceso. Esta teoría se ha desarrollado a comienzos de los años sesenta por I. M. Horowitz [88], y se ha aplicado a distintos sistemas de control, tales como sistemas de lazo simple y múltiple, sistemas lineales y no lineales invariantes en el tiempo, sistemas escalares y multivariantes y sistemas variantes en el tiempo.

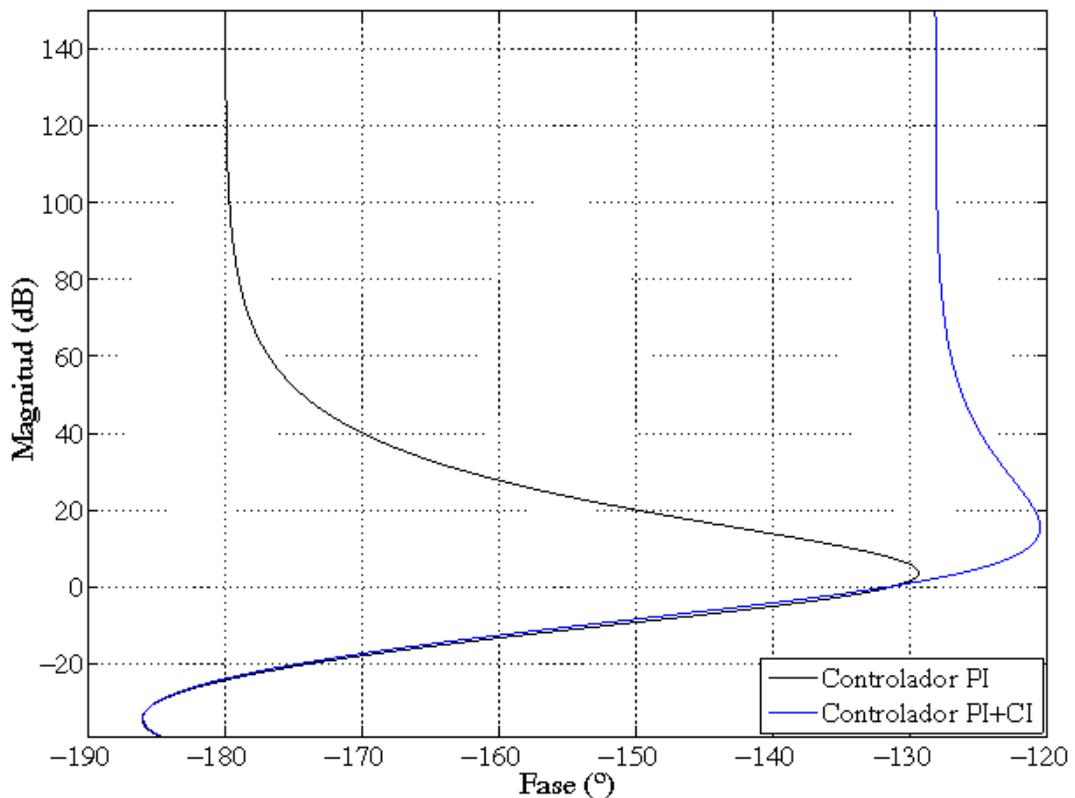


Figura 4.16: Diagrama de Nichols (proceso con un integrador)

QFT se usa en el dominio de la frecuencia por lo que los modelos del proceso se pueden derivar a partir de sus funciones de transferencia, normalmente con incertidumbre paramétrica, o directamente por conjuntos de sus respuestas en frecuencia. Para diseñar un controlador robusto con esta técnica se han de seguir la siguiente serie de etapas de diseño:

1. *Cálculo de las plantillas.* Una plantilla representa la incertidumbre del proceso a una frecuencia dada, y consiste en un conjunto de puntos del diagrama de Nichols, donde cada uno viene dado por la fase y la magnitud de uno de los modelos del proceso. Por tanto, en esta primera etapa se dibujan una serie de plantillas para distintas frecuencias, conocidas como frecuencias de trabajo.
2. *Cálculo de las fronteras.* Dadas algunas especificaciones de estabilidad y de *performance*, tal como el rechazo de perturbaciones, cada plantilla genera una frontera para cada una de las frecuencias de trabajo. El conjunto de fronteras que se obtiene se usan en la siguiente etapa de diseño para sintonizar un controlador robusto.

3. *Diseño del sistema nominal en lazo abierto.* Una vez que se han calculado las fronteras, se ajusta el sistema nominal en lazo abierto con el objetivo de evitar las fronteras en cada frecuencia de trabajo. En general, este ajuste es un problema computacional muy laborioso y normalmente se resuelve de forma heurística. Una vez ajustado el sistema nominal en lazo abierto, el controlador del sistema realimentado se obtiene de manera directa.
4. *Análisis del sistema en lazo cerrado.* Una vez sintonizado el controlador robusto, se debe analizar la respuesta del sistema en lazo cerrado en un rango de frecuencias mayor que el considerado en las etapas anteriores. En esta etapa se debe asegurar que el sistema cumpla con las especificaciones de diseño en todas las frecuencias. En el caso de que no se cumplan las especificaciones de *performance*, se debe añadir un prefiltro en la señal de referencia para solucionarlo.

Para diseñar un controlador PI+CI robusto usando QFT, primeramente se debe sintonizar un controlador lineal PI que cumpla ciertas especificaciones. A partir de este controlador, en una segunda etapa, se va a sintonizar un controlador PI+CI fijando tan solo un valor del coeficiente de reset. Como ejemplo, se va a considerar un proceso industrial con incertidumbre, representado por un modelo de primer orden con retardo (4.35), con incertidumbre paramétrica, cuyos valores se han identificado experimentalmente en [40] y están dados en la tabla 4.7.

Proceso	Ganancia	Constante de tiempo	Retardo
$P_i$	$k$	$\tau$ (s)	$h$ (s)
1	0.11	55.56	31.7
2	0.06	43.48	15
3	0.10	58.82	15
4	0.04	30.30	20
5	0.10	45.46	15
6	0.10	52.63	41.5
7	0.03	33.33	49
8	0.08	43.48	53.2
9	0.04	47.62	16.8

Tabla 4.7: Incertidumbre del proceso industrial

### 4.5.1 Sintonización del controlador base PI

El controlador PI se va a ajustar usando QFT. Para ello se han fijado las siguientes especificaciones de diseño:

1. Un margen de fase de  $30^\circ$ . Se ha especificado este margen de fase relativamente pequeño debido a que con el controlador PI+CI se va a aumentar para todo el conjunto de plantas.
2. Un rechazo de perturbaciones en la entrada del proceso dado en la tabla 4.8:

Frecuencia (rad/s)	Máximo rechazo de perturbaciones (dB)
0.0025	-24
0.005	-21
0.014	-15

Tabla 4.8: Máximo rechazo de perturbaciones en la entrada del proceso

Primeramente, se calculan las plantillas del proceso (4.35) usando la incertidumbre paramétrica dada por la tabla 4.7. Como planta nominal se ha elegido la siguiente:

$$P_6(s) = \frac{0.08}{43.48s + 1} e^{-53.2s} \quad (4.47)$$

En la figura 4.17 se han representado las plantillas de este proceso para un amplio conjunto de frecuencias de trabajo, que va desde 0.0001 hasta 0.025 rad/s.

Con estas plantillas, se calculan las fronteras para cada frecuencia a partir de las especificaciones de diseño dadas anteriormente. Tras esto, el siguiente paso es el de ajustar el sistema nominal en lazo abierto, sintonizando un controlador PI tal que el sistema cumpla tanto las fronteras de estabilidad como las de rechazo de perturbaciones.

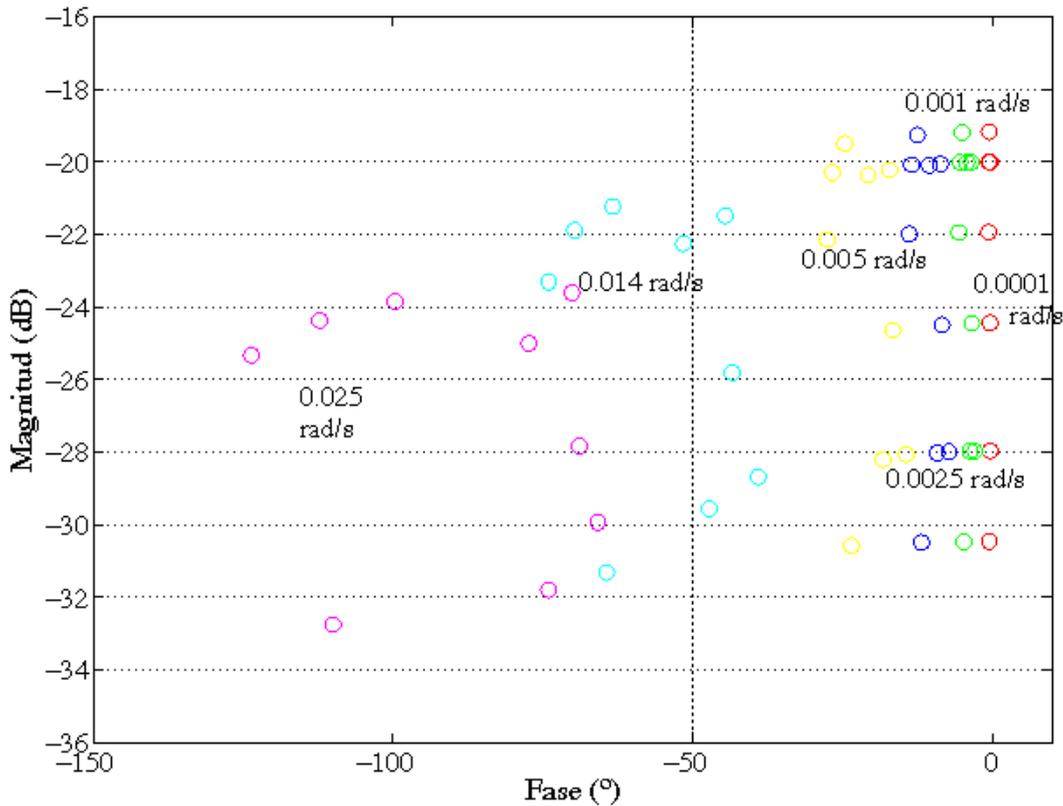


Figura 4.17: Plantillas (proceso industrial)

En la figura 4.18, se ha representado el ajuste del lazo abierto nominal que corresponde a un controlador PI con una ganancia proporcional de  $k_p = 0.80$  y una constante de tiempo integral de  $\tau_i = 6.42$  s.

Finalmente, una vez que se ha sintonizado el controlador PI, se va a hacer un análisis del sistema en lazo cerrado para asegurar que se cumplan las especificaciones dadas de estabilidad y de rechazo de perturbaciones en todas las frecuencias y no solo en las frecuencias de trabajo. En este ejemplo, para esta validación se usa un conjunto de frecuencias que va desde 0.00001 hasta 100 rad/s.

En la figura 4.19a, se muestra el análisis de estabilidad, mientras que el análisis de rechazo de perturbaciones se puede ver en la figura 4.19b. De estas figuras se puede ver que el sistema de control lineal en lazo cerrado diseñado satisface tanto las especificaciones de estabilidad como las de rechazo de perturbaciones para cada frecuencia, dado por completado el diseño del controlador PI base lineal.

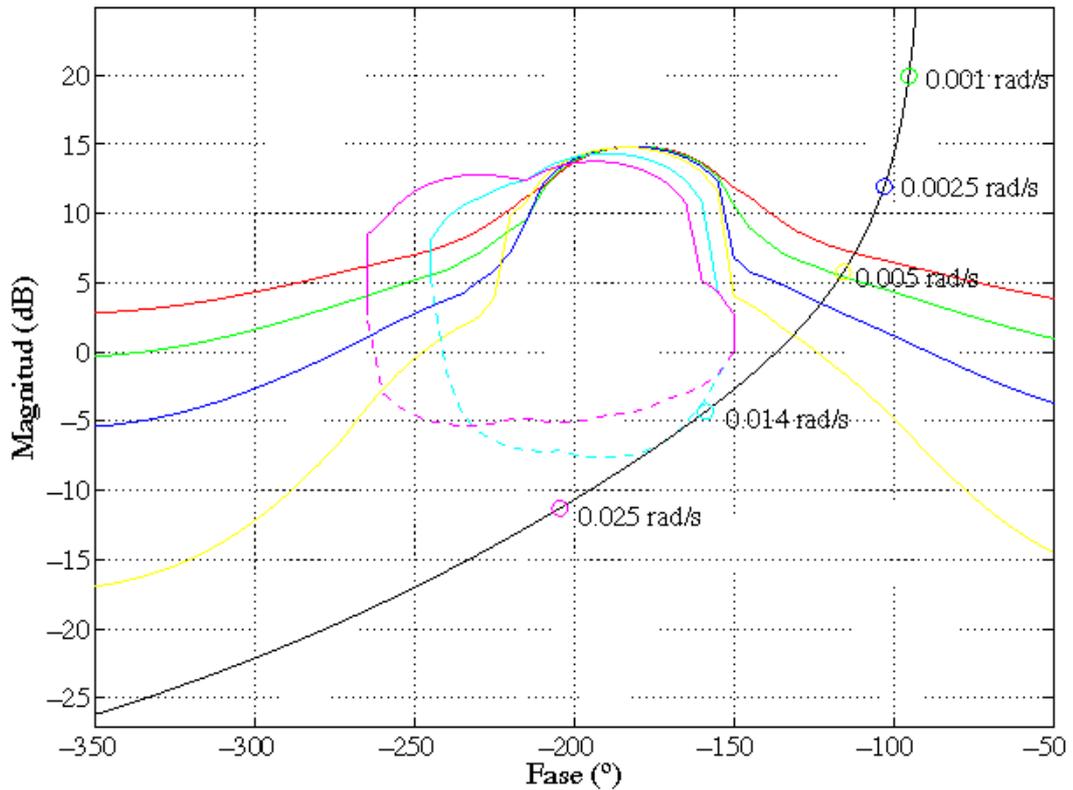
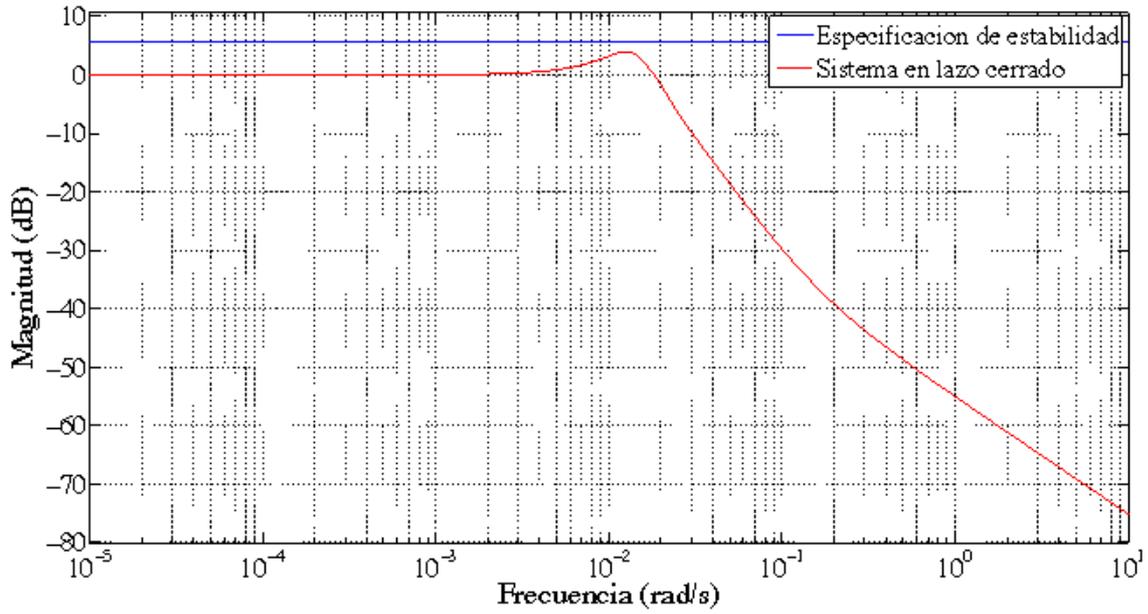


Figura 4.18: Ajuste del controlador PI base lineal (proceso industrial)

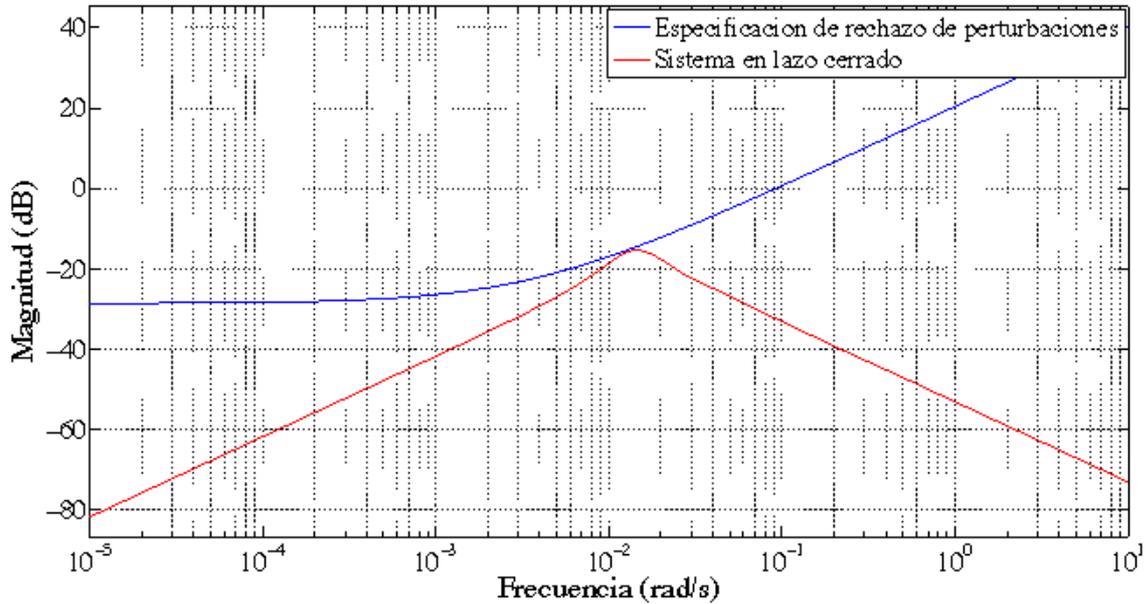
#### 4.5.2 Sintonización del controlador PI+CI

Una vez diseñado el controlador base PI, sus parámetros se van a usar en el controlador PI+CI. Además, el coeficiente de reset se va a fijar en un valor igual a 0.2, con el objetivo de incrementar el margen de fase del sistema y por tanto mejorar el transitorio. Para comparar resultados, se han calculado los márgenes de fase para ambos controladores: el PI base ( $k_p = 0.80$ ,  $\tau_i = 6.42$  s), y el controlador PI+CI ( $k_p = 0.80$ ,  $\tau_i = 6.42$  s y  $p_{reset} = 0.2$ ).

Además, en la figura 4.20 se han dibujado los diagramas de Bode para el lazo nominal de ambos controladores. En ella se puede observar la fase extra que añade el controlador PI+CI sin apenas variar la magnitud respecto al controlador base lineal PI.

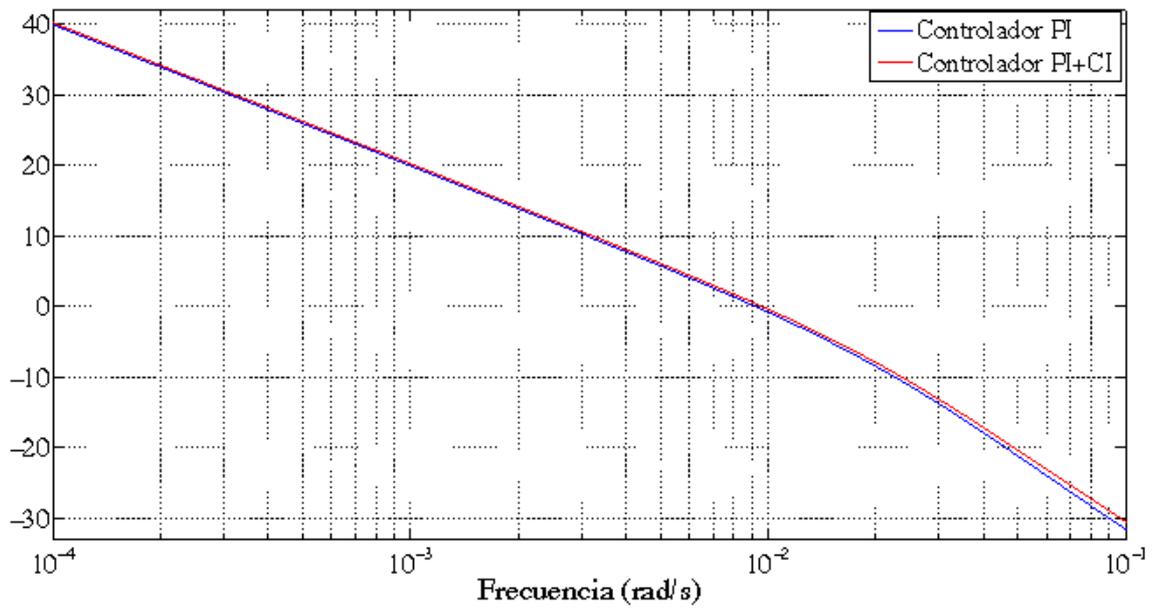


(a) Análisis de estabilidad

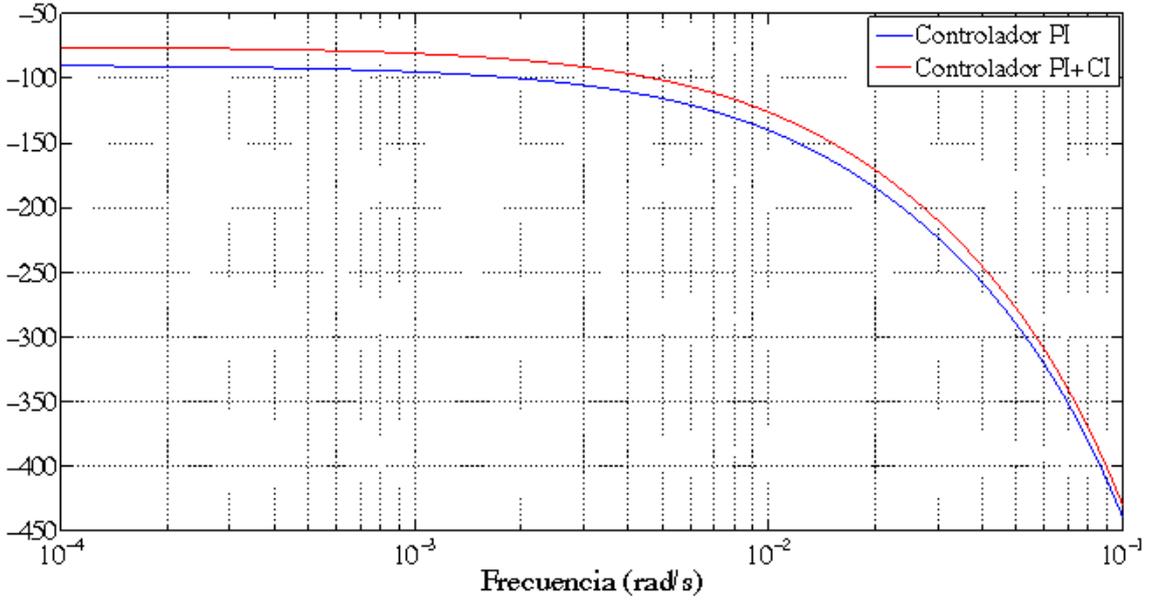


(b) Análisis del rechazo de perturbaciones

Figura 4.19: Análisis del sistema en lazo cerrado con incertidumbre



(a) Magnitud (dB)



(b) Fase (°)

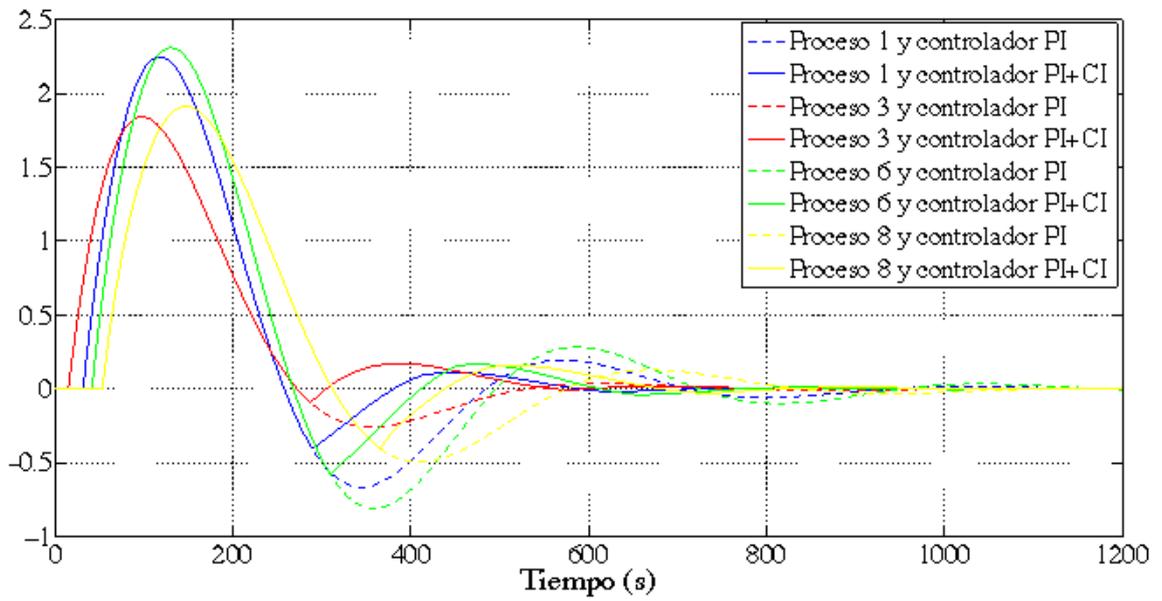
Figura 4.20: Diagrama de Bode del proceso industrial (PI y PI+CI)

Para analizar la robustez del margen de fase respecto a la incertidumbre paramétrica, se ha calculado también el margen de fase de todos los lazos con ambos controladores, expresados en la tabla 4.9. Como se puede ver, el margen de fase aumenta considerablemente en todos los lazos añadiendo solamente un coeficiente de reset de 0.2 al controlador PI+CI.

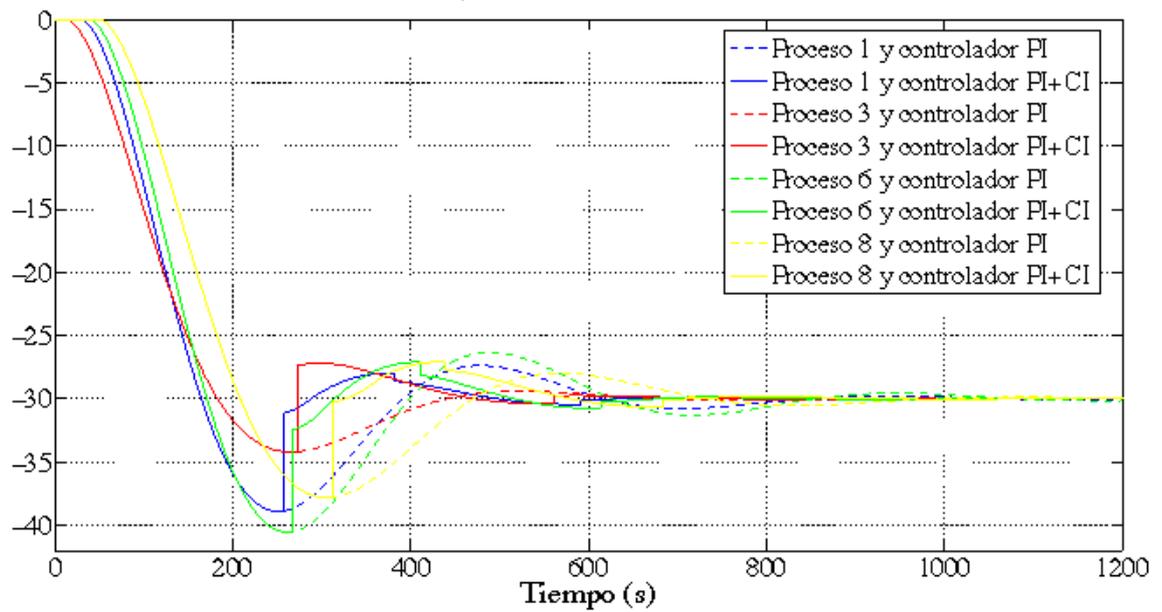
Proceso	Controlador PI	Controlador PI+CI
1	40.5°	52.8°
2	69.2°	82.5°
3	52.8°	65.6°
4	77.7°	91.3°
5	57.6°	70.4°
6	38.5°	50.6°
7	73.9°	87.4°
8	43.2°	55.3°
9	74.1°	87.6°

Tabla 4.9: Margén de fase (PI y PI+CI)

Por último, en la figura 4.21 se ve la mejora del reset sobre el rechazo de perturbaciones, ya que el sistema PI+CI alcanza el estado estacionario más rápido que el PI, con menos *undershoot* para los diferentes comportamientos del proceso. Por tanto, se puede afirmar que el controlador PI+CI hereda la robustez del controlador base PI sintonizado por QFT ante la incertidumbre paramétrica respecto al rechazo de perturbaciones.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.21: Proceso industrial con incertidumbre (PI y PI+CI)

## 4.6 Reglas de sintonización

A modo de resumen, en la siguiente tabla se han recogido todas las reglas propuestas en este capítulo para sintonizar el controlador PI+CI en cualquier tipo de proceso:

Proceso	$k_p$	$\tau_i$	$p_{reset}$
Primer orden sin retardo	Se puede usar cualquier método de sintonización		$p_{reset} = \frac{e^{-\frac{\alpha x}{\beta}}}{1+e^{-\frac{\alpha x}{\beta}}}$
Primer orden con retardo no dominante	$\frac{\tau}{2kh}$	$8h$	[0.3, 0.6]
Primer orden con retardo dominante	$\frac{3\tau}{2kh}$	$\tau$	[0.0, 0.1]
Segundo o mayor orden	El proceso se aproxima a un primer orden con retardo y se usa una de las dos reglas anteriores		
Con un integrador	$\frac{1}{2kh}$	$8h$	1
Con incertidumbre	Teoría de Realimentación Cuantitativa		[0.1, 0.4]

Tabla 4.10: Reglas de sintonización

Salvo en procesos de primer orden sin retardo y en procesos con integradores, se propone un rango de valores de  $p_{reset}$  debido a que el valor del coeficiente de reset puede diferir dependiendo de la dinámica del sistema de control.

## 4.7 Propiedad *anti-windup* del controlador PI+CI

El comportamiento de los controladores PID se puede ver degradado en los casos prácticos por el comportamiento no lineal de los actuadores utilizados en los procesos industriales. Este comportamiento no lineal se debe al limitado rango de operación que tienen la mayoría de los actuadores. Por ejemplo, las válvulas tienen una posición de completamente abierta, completamente cerrada y una posición intermedia de flujo. La posición de completamente abierta impone un límite real,  $u_{max}$ , sobre la efectividad de cualquier acción de control,  $u$ .

Por tanto cuando la salida del actuador se encuentra limitada en la región de saturación,  $u_{max} < u$ , la acción de control no tiene efecto sobre la salida del actuador pasando el sistema de un control en lazo cerrado a un control en lazo abierto. Esta saturación de la señal de control es más severa en controladores con un integrador pues en estos casos, cuando la señal de control está saturada,  $u_{max} < u$ , el error es grande y su término integral aumenta demasiado. A este efecto se le conoce como *windup*.

Para solucionar este problema normalmente se sintoniza el controlador ignorando la saturación de los actuadores y posteriormente se añade una estructura *anti-windup* que previene la degradación de la respuesta [5]. Aunque se han diseñado diversas estructuras [29, 104, 126], la más usada es la que realimenta al término integral del controlador la diferencia entre la salida del controlador y la entrada del proceso. Con esta realimentación se consigue reducir el valor del término integral y con ello alejar la señal de control de los valores en los que se satura.

El controlador PI+CI posee una propiedad inherente por la cual no necesita de ninguna estructura *anti-windup* para disminuir la señal de control, y con ello evitar la saturación, pues esto se consigue cuando una parte del término integral se hace cero en los instantes de reset.

Para comprobar esta propiedad *anti-windup*, se va a considerar el siguiente proceso:

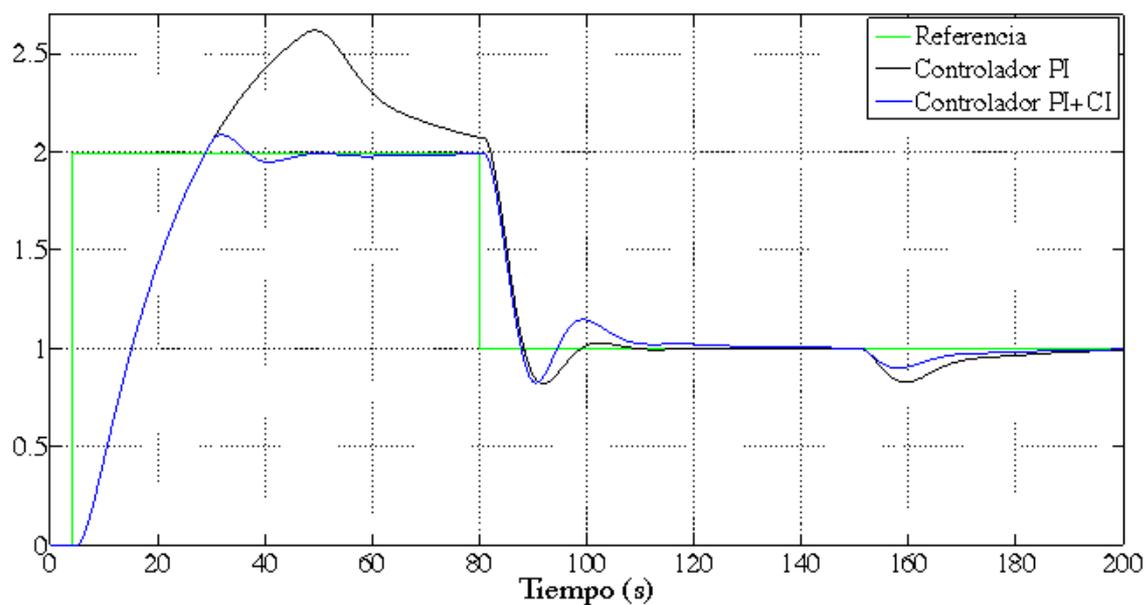
$$P_7(s) = \frac{1}{(20s + 1)(2s + 1)} e^{-s} \quad (4.48)$$

Usando (4.36) y (4.37), se aproxima al modelo de primer orden con retardo:

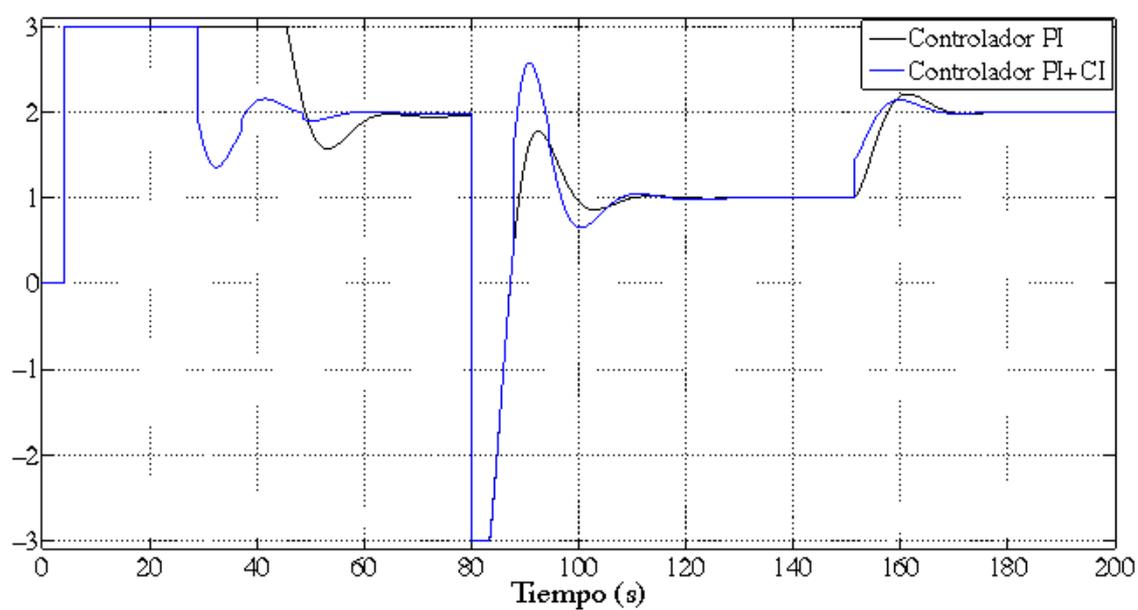
$$\tilde{P}_7(s) = \frac{1}{21s + 1} e^{-2s} \quad (4.49)$$

Como este modelo tiene un retardo no dominante, el controlador PI se va a sintonizar con (4.28) y (4.31), obteniendo  $k_p = 5.25$  y  $\tau_i = 16$  s.

En la figura 4.22 se ha representado el comportamiento de este controlador PI y de un controlador PI+CI de igual constantes y  $p_{reset} = 0.75$  ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones. También se ha fijado que la señal de control se sature entre los valores  $-3$  y  $3$ .



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.22: Proceso con saturación en la señal de control (PI y PI+CI)

Comparando las señales de control, figura 4.22b, para el controlador PI lineal y el PI+CI, se observa que la saturación actúa sobre el sistema lineal durante mucho más tiempo que sobre el sistema PI+CI, degradando por tanto su respuesta, figura 4.22a, ante cambios en la referencia. Además, la respuesta del sistema con el controlador PI+CI es mejor que la lineal ante rechazo de perturbaciones, a pesar de no saturar la señal de control, tal y como se observa en la tabla 4.11.

	Referencia		Perturbación	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )
PI	46.64	1678	2.90	484
PI+CI	31.89	965	1.58	263

Tabla 4.11: Índices de *performance* (PI y PI+CI con saturación)

Por tanto, se puede concluir que el controlador PI+CI no necesita de ninguna estructura adicional para evitar los efectos perjudiciales que la saturación de los actuadores ejerce sobre la señal de control, pues este controlador posee por sí mismo propiedades *anti-windup*.

## 4.8 Comparación con controladores PID

Como ya se explicó en el capítulo 2, aunque los controladores PID proporcionan respuestas más rápidas y con menos *overshoot* que los controladores PI, el precio a pagar es alto: un mayor coste de la realimentación. Esto lo que significa es que el ruido presente en los sensores se va a ver amplificado por el término derivativo a altas frecuencias. Como remedio normalmente se recurre a filtrar la señal realimentada antes de derivarla. Sin embargo, aunque este filtrado limita el valor de la ganancia del término derivativo, normalmente la respuesta del sistema con el controlador PID será peor que la proporcionada por el PI y el PI+CI.

En esta sección se comprobará que la respuesta del controlador PI+CI será sensiblemente mejor que la de un controlador PID a pesar de la presencia de ruido. Para ello, consideremos el siguiente proceso:

$$F_g(s) = \frac{1}{(20s + 1)(s + 1)} e^{-1.5s} \quad (4.50)$$

Con sus parámetros, se sintoniza directamente un controlador PID en serie

usando el método SIMC [140]:

$$k_p = \frac{\tau_{10}}{2kh} \quad (4.51)$$

$$\tau_i = 8h \quad (4.52)$$

$$\tau_d = \tau_{20} \quad (4.53)$$

siendo  $\tau_{10} = 20$  y  $\tau_{20} = 1$ . Con estas relaciones los parámetros del controlador PID en serie son  $k_p = 6.7$ ,  $\tau_i = 12$  s y  $\tau_d = 1$  s. Como constante del filtro se elige un valor diez veces menor que  $\tau_d$ , tal y como se hace en la mayoría de los procesos industriales,  $\tau_f = 0.1$  s.

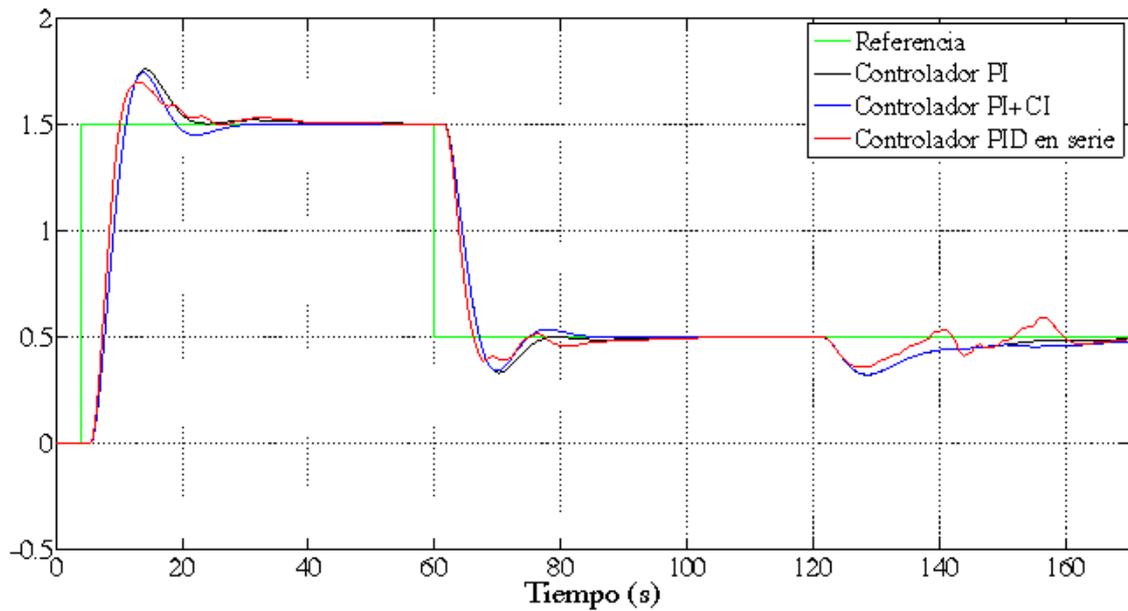
Para sintonizar un controlador PI, el proceso (4.50) se aproxima al siguiente modelo de primer orden con retardo usando (4.36) y (4.37):

$$\tilde{P}_g(s) = \frac{1}{20.5s + 1} e^{-2s} \quad (4.54)$$

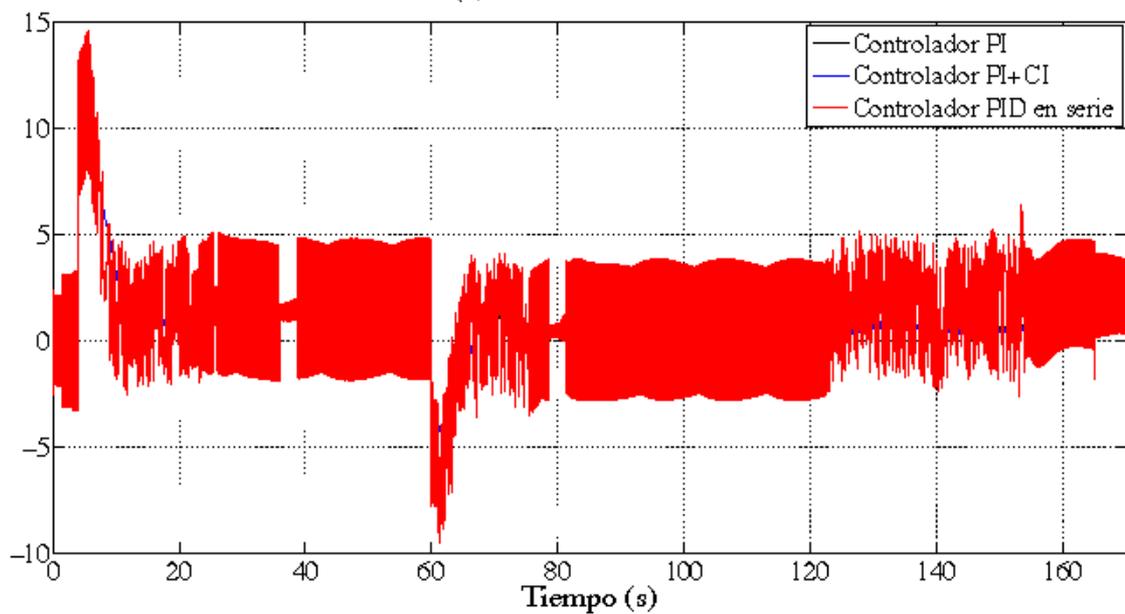
A partir de este modelo los parámetros del controlador PI se obtienen usando el método SIMC, (4.28) y (4.31), como  $k_p = 5.1$  y  $\tau_i = 16$  s. En la figura 4.23 se representa el comportamiento de este controlador PI y de un PI+CI con iguales constantes y  $p_{reset} = 0.2$  ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones cuando hay un ruido en la señal medida igual a  $n(t) = 0.05 \sin(100t)$ .

Comparando las señales de salida, figura 4.23a, se deduce que el controlador PID tiene una respuesta bastante peor ante cambios en la referencia y desastrosos ante rechazo de perturbaciones en comparación con los otros dos controladores. También es conveniente destacar el gran esfuerzo de control que realiza el controlador PID en comparación a los otros dos, tal y como se muestra en la figura 4.23b.

Además en la figura 4.24 se ha dibujado la magnitud del diagrama de Bode para los tres controladores. En ella se observa que a pesar de limitar la ganancia del controlador PID en serie a altas frecuencias con la adición de un filtro, la atenuación del ruido sigue siendo mayor que para los controladores PI y PI+CI.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 4.23: Proceso de segundo orden con ruido (PI, PI+CI y PID en serie)

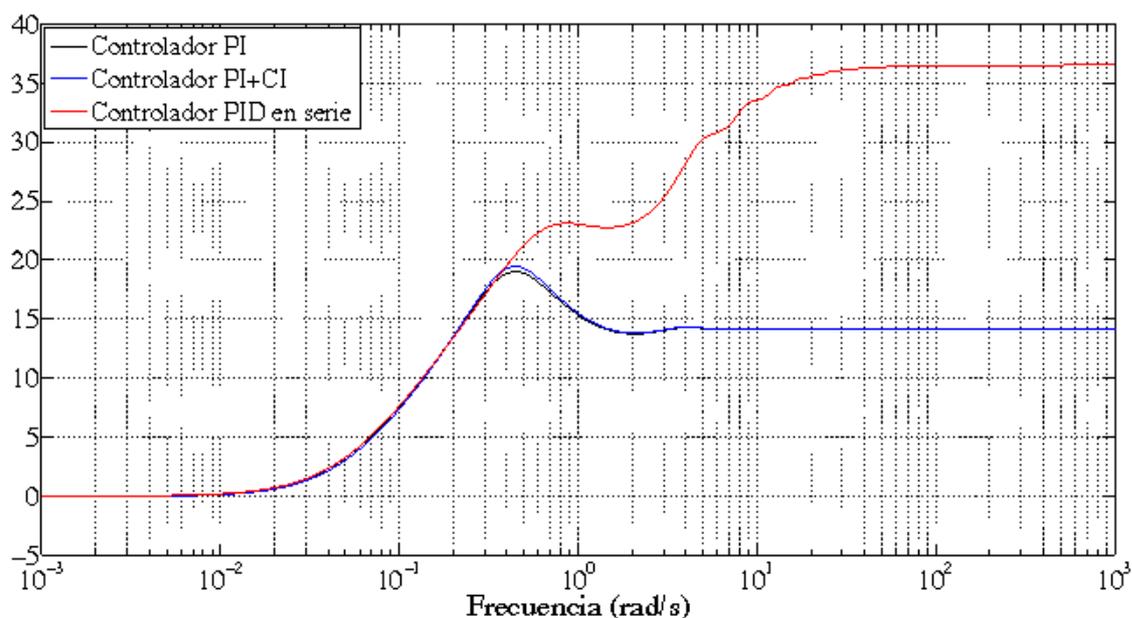


Figura 4.24: Magnitud (dB) (PI, PI+CI y PID en serie)

Respecto a los controladores PI y PI+CI, de sus índices de *performance*, tabla 4.12, se deduce que la acción de reset del controlador PI+CI mejora la respuesta del sistema ante cambios en la referencia, aunque degrada un poco la respuesta ante rechazo de perturbaciones.

	Referencia		Perturbación	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )
PI	16.42	607	3.4	466
PI+CI	16.01	590	3.7	519

Tabla 4.12: Índices de *performance* (PI y PI+CI)

# Modificaciones del controlador PI+CI

---

EN el capítulo anterior se estudió que cuando el controlador PI+CI se usaba en un proceso con retardo dominante, la respuesta del sistema de control presentaba grandes *undershoots*, empeorando por tanto la respuesta del controlador PI lineal, en lugar de mejorarla. En este capítulo se va a solucionar este problema del controlador PI+CI ante retardos dominantes estudiando dos posibles modificaciones de la condición de reset, mediante la definición de una banda de reset fija y de otra variable. Estas modificaciones van a mejorar en general la respuesta del sistema de control, aunque hay casos en los que los *undershoots* no se van a reducir. En estos casos, se va a definir un coeficiente de reset relativo cuyo valor en lugar de ser constante será variable a lo largo del tiempo en función de la dinámica del sistema.

### 5.1 Efectos del retardo sobre la acción de reset

En el capítulo anterior se comprobó que con procesos con retardo dominante la respuesta dada por el controlador PI+CI no era mejor que la del sistema de control lineal, incluso empeoraba dando mayores *undershoots* sin apenas disminuir el *overshoot*. Esta degradación de la respuesta ante la presencia de un retardo dominante es debida a que la acción de control se resetea cuando la entrada es igual a cero,  $t_k$ , y sin embargo, el proceso no percibe los beneficios de la acción de reset hasta  $h$  unidades de tiempo después,  $t_k + h$ .

Esta descoordinación entre los instantes en los que la señal de control se hace reset y los instantes en los que el proceso recibe la acción reseteada se ha represen-

tado en la figura 5.1 a través de la respuesta de un integrador de Clegg sin retardo junto a la de otro con un retardo de 2 s ante una entrada senoidal. En esta figura se observa perfectamente que cuando la entrada senoidal es igual a cero,  $t_k = k\pi$ ,  $k = 1, 2, \dots$ , la salida del CI se hace cero. Sin embargo, la salida del CI con retardo se hace cero en instantes posteriores, concretamente en  $t_k = k\pi + h$ .

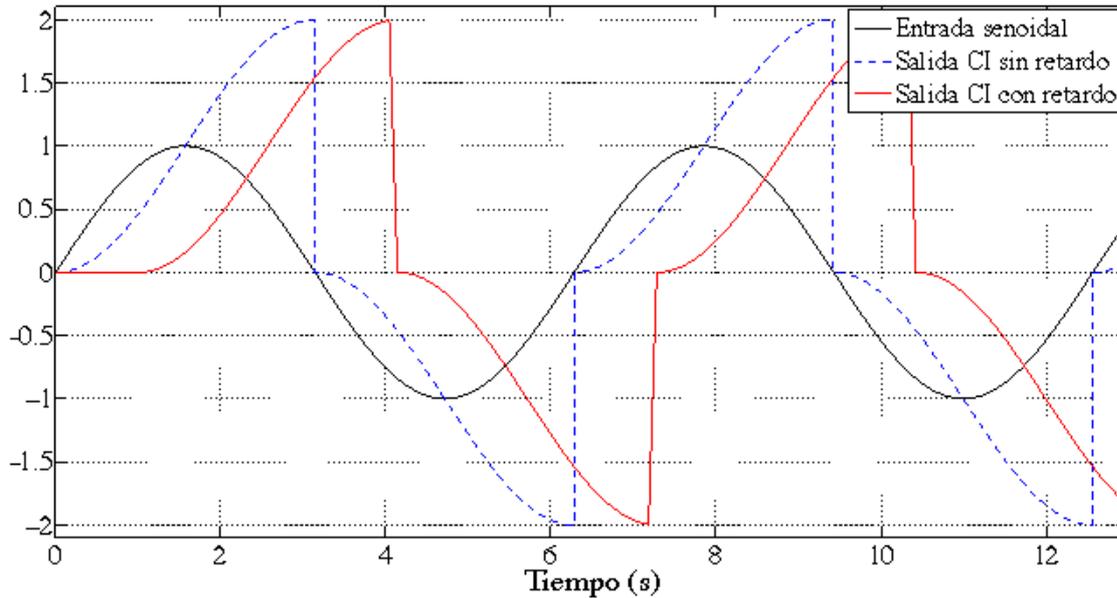


Figura 5.1: Respuestas ante una entrada senoidal (CI con y sin retardo)

Para evitar este efecto indeseable del retardo dominante sobre los instantes de reset, se va a recurrir a modificar la condición de reset. Con esta modificación se definirán nuevas condiciones de reset de tal forma que los instantes de reset se adelanten para que el proceso se beneficie de la acción de reset en los instantes próximos a cuando el error es igual a cero. Sin embargo, especificar a priori los instantes en los que se debe hacer reset no es una tarea trivial, pues es imposible obtener soluciones explícitas a las ecuaciones de estado de un sistema de control con retardo. Por ello, a continuación se van a estudiar dos aproximaciones que modifican la condición tradicional de reset.

### 5.1.1 Banda de reset fija

La primera aproximación que se va a estudiar va a consistir en fijar los instantes de reset como aquellos instantes en los que la señal de error del sistema de control alcanza un valor determinado. A este valor fijado se le va a denominar como banda de reset fija y va a venir dado por un número escalar positivo,  $\delta$ . Además, para

asegurar que se va a hacer reset antes de que el error cruce por cero en lugar de después, también se va a exigir en esta nueva condición de reset que el error se esté aproximando a cero en lugar de alejarse, usando para ello el signo de su derivada. Con esta nueva condición de reset, se consigue que la acción de reset se haga antes de que el error sea cero, haciendo así que el proceso se beneficie del reset en las proximidades de  $e(t) = 0$ .

Con esta nueva condición de reset, el controlador reseteado, (3.1), se expresa en el espacio de estados mediante la siguiente expresión [15]:

$$C_f^r : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r e(t), & (e(t), \dot{e}(t)) \notin \mathcal{B}_\delta^f \\ x_r(t^+) &= A_p x_r(t), & (e(t), \dot{e}(t)) \in \mathcal{B}_\delta^f \\ v(t) &= C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (5.1)$$

donde la banda de reset fija  $\mathcal{B}_\delta^f$  se expresa como:

$$\mathcal{B}_\delta^f = \{(e(t), \dot{e}(t)) \in \mathbb{R}^2 \mid (e(t) = \delta \wedge \dot{e}(t) < 0) \vee (e(t) = -\delta \wedge \dot{e}(t) > 0)\} \quad (5.2)$$

Como ya se ha explicado y como se observa en (5.2), esta nueva condición establece que la acción de reset va a tener lugar cuando el error alcanza un valor fijado,  $\delta$ , y antes de que cruce por cero. En este caso, la superficie de reset no va a consistir en un hiperplano, como en la definición tradicional, (3.11), sino que va a consistir en dos líneas  $\mathcal{B}_\delta^{f+}$  y  $\mathcal{B}_\delta^{f-}$ , tal y como se observa en la figura 5.2.

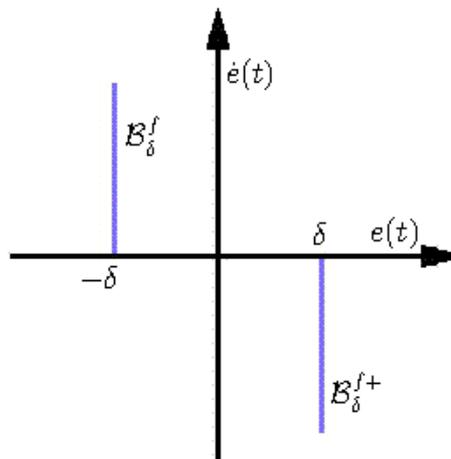


Figura 5.2: Superficie de la banda de reset fija

En el caso en el que  $\delta = 0$ , los instantes de reset ocurren cuando  $e(t) = 0$  y el controlador reseteado corresponde a la definición original (3.1). Por otro lado, si el valor de  $\delta$  es excesivamente grande, la acción de reset no va a tener lugar, de manera que el controlador reseteado se reduce a su controlador homólogo lineal. Por tanto, a la hora de sintonizar un controlador reseteado con banda de reset fija, la elección del valor de la banda de reset es clave para mejorar la respuesta del sistema de control.

Con el propósito de comprobar la efectividad de esta nueva condición de reset, en la figura 5.3 se han representado las respuestas de un CI con un retardo de 1 s cuando se usa la condición de reset tradicional y cuando se usa la banda de reset fija.

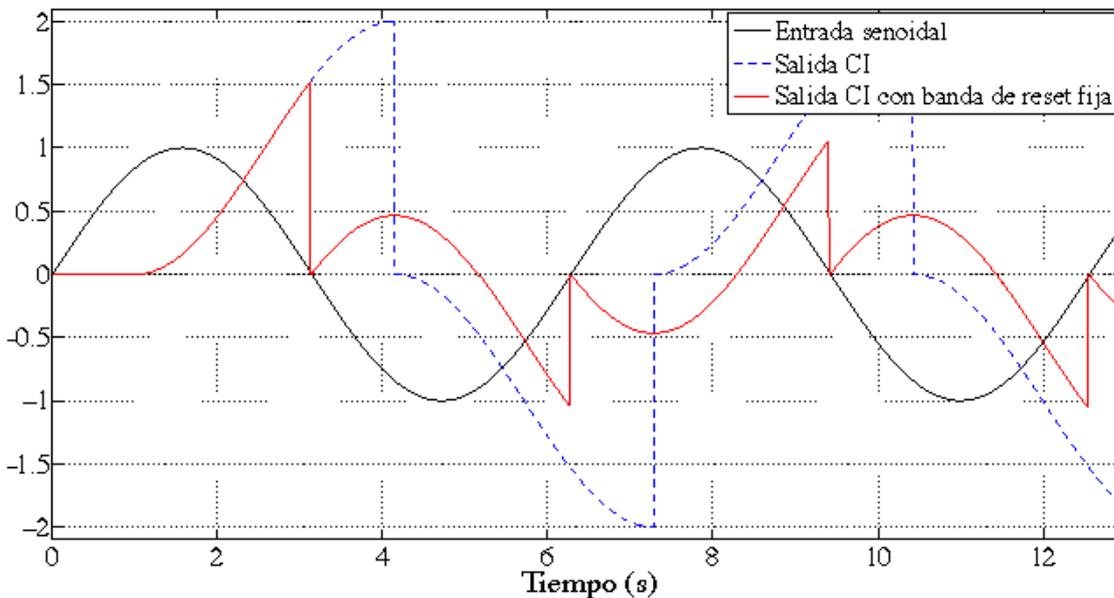


Figura 5.3: Respuestas ante una entrada senoidal (CI con y sin  $\mathcal{B}_\delta^f$ )

En esta figura se observa que con el uso de una banda de reset fija en el integrador de Clegg se consiguen adelantar los instantes de reset, de manera que la respuesta del CI con retardo experimenta el reset justo en los instantes en los que la entrada senoidal es cero.

### Función descriptiva del controlador PI+CI con banda de reset fija

De la misma manera que en el trabajo de J. Clegg [54] se calculó la función descriptiva del integrador de Clegg, en [15] se obtuvo la función descriptiva del CI, pero teniendo en cuenta en este caso una banda de reset fija,  $\delta$ :

$$D_{CI}^{\delta}(E, \omega) = \frac{1}{j\omega} \left( 1 + \frac{j4\sqrt{1 - (\frac{\delta}{E})^2}}{\pi} e^{j\sin^{-1}(\frac{\delta}{E})} \right) \quad (5.3)$$

donde  $E$  es la amplitud de la señal de error. Sustituyendo esta ecuación en la función de transferencia del controlador PI+CI se obtiene su función descriptiva:

$$D_{PI+CI}^{\delta}(E, \omega) = k_p \left( 1 + \frac{1}{j\omega\tau_i} \left( 1 + \frac{j4p_{reset}\sqrt{1 - (\frac{\delta}{E})^2}}{\pi} e^{j\sin^{-1}(\frac{\delta}{E})} \right) \right) \quad (5.4)$$

En esta función descriptiva se observa que cuando  $\frac{\delta}{E} = 0$ , se obtiene la función descriptiva del controlador PI+CI con la condición de reset original (3.40). Por contra, cuando  $\frac{\delta}{E} = 1$ , esta función descriptiva se corresponde con la respuesta en frecuencia de un simple controlador PI lineal. Por tanto, para sintonizar un controlador PI+CI con banda de reset fija, además de fijar valores de  $k_p$ ,  $\tau_i$  y  $p_{reset}$ , se ha de fijar un valor de  $\delta$  tal que  $\delta \in (0, E)$ , siendo  $E$  la amplitud de la señal de error.

La función descriptiva del controlador PI+CI con banda de reset fija (5.4) se ha usado para representar en la figura 5.4 el diagrama de Bode de un controlador PI+CI de constantes  $k_p = \tau_i = 1$  y  $p_{reset} = 0.5$ , con varios valores de  $\frac{\delta}{E}$ . En esta figura se observa que, como era de esperar, la acción de reset ( $\frac{\delta}{E} = 0$ ) aumenta la fase del controlador lineal ( $\frac{\delta}{E} = 1$ ), pero además si ésta se combina con una banda de reset fija, el aumento de fase es aún mayor según los valores de  $\frac{\delta}{E}$ , aportando una mayor estabilidad al sistema de control. En concreto, cuando la relación  $\frac{\delta}{E}$  toma valores comprendidos entre 0.25 y 0.50 la fase del controlador PI+CI con banda de reset fija es mayor que sin ella. Por contra, cuando  $\frac{\delta}{E} \in [0.75, 1)$  la fase del controlador PI+CI disminuye con el uso de la banda de reset fija. Por tanto, al usar una banda de reset fija apropiada en el controlador PI+CI para procesos con retardo, el margen de fase del sistema de control reseteado aumenta, de manera que la respuesta del sistema debe experimentar una mejoría en cuestión de menores *overshoots* y *undershoots*.

Para comprobar si en efecto la banda de reset fija mejora o no la respuesta del sistema de control reseteado, se va a considerar el ejemplo de primer orden con retardo dominante, (4.32), estudiado en el capítulo anterior. Recordemos que primeramente se sintonizó un controlador PI con el método IMC, PI-IMC, obteniendo unos parámetros de  $k_p = 1$  y  $\tau_i = 2$  s. Como la respuesta del sistema lineal era lenta y con poco *overshoot*, se aumentó la ganancia proporcional hasta  $k_p = 1.2$  para obtener una respuesta un tercio más rápida.

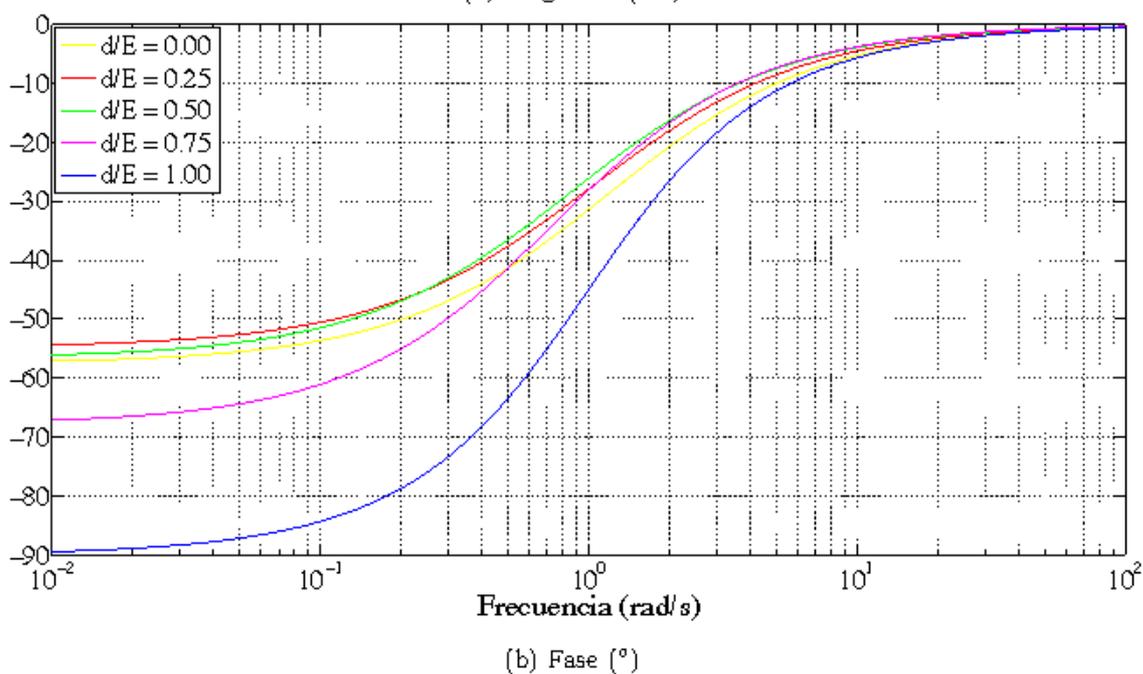
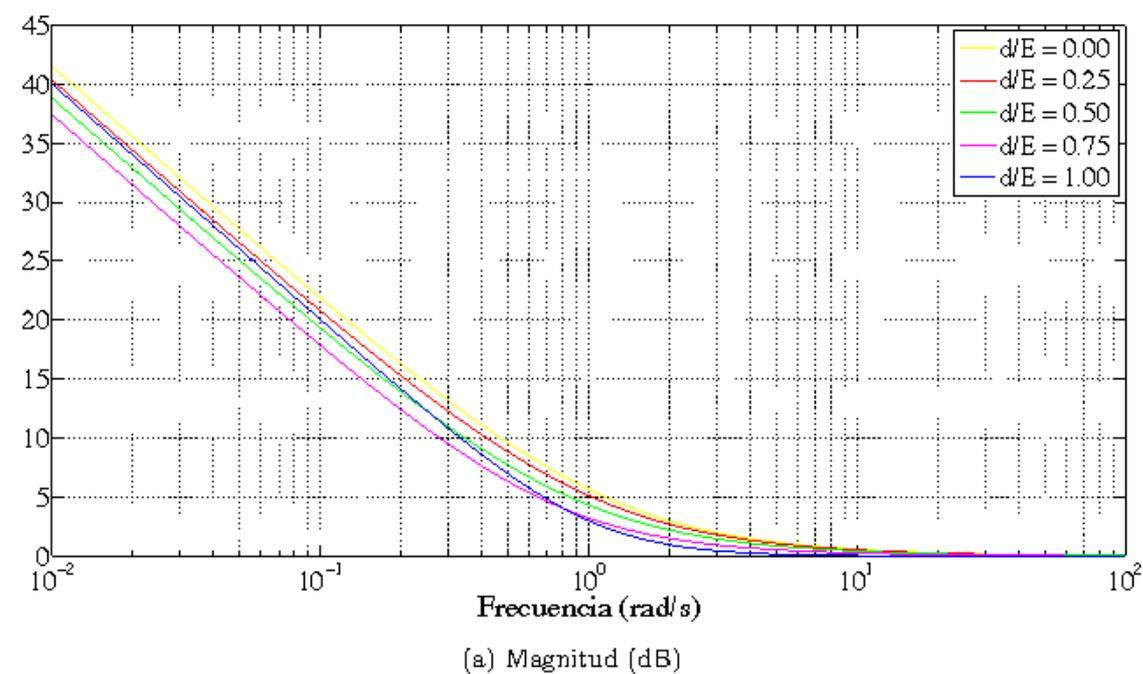


Figura 5.4: Función descriptiva del controlador PI+CI con  $\mathcal{B}_\delta^f$  (varios  $\frac{\delta}{E}$ )

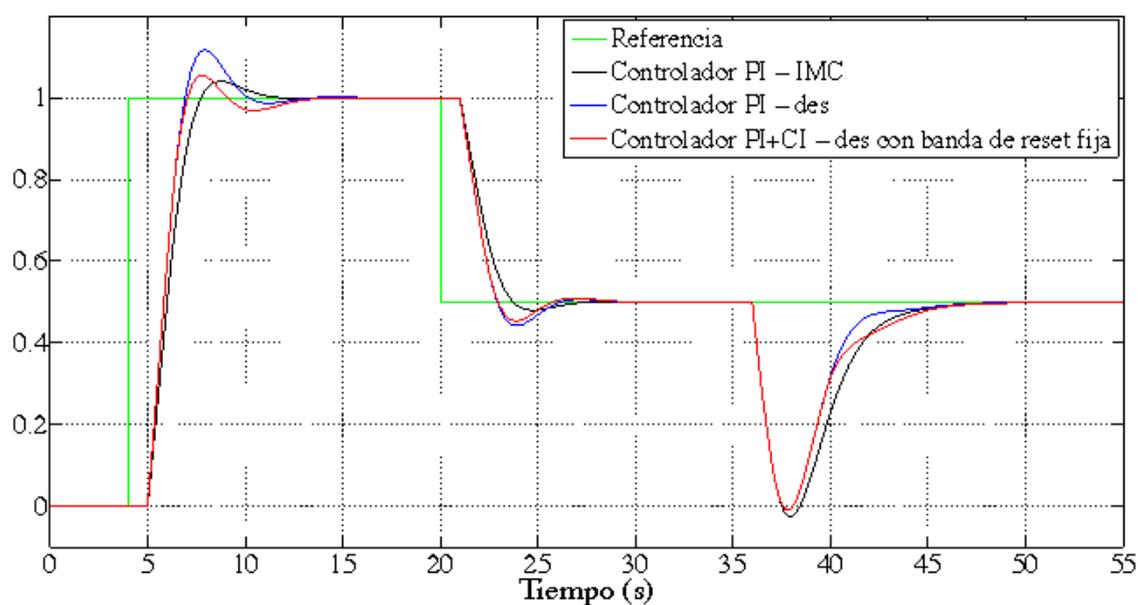
Finalmente a partir del controlador **PI** desintonizado, **PI-des**, se sintonizó un controlador **PI+CI** añadiendo un coeficiente de reset relativamente bajo,  $p_{reset} = 0.1$ , **PI+CI-des**. Se comprobó que el controlador **PI** desintonizado era el que mejor respuesta ofrecía ante cambios en la referencia y rechazo de perturbaciones, pues era más rápido que el sintonizado por **IMC** y tenía menos *overshoots* y *undershoots* que su respectivo controlador **PI+CI**, debido a la presencia dominante del retardo.

Precisamente, para evitar los efectos perjudiciales del retardo sobre la acción de reset se va a sintonizar un controlador **PI+CI** con una banda de reset fija a partir del controlador **PI-des**. Para ello, se van a fijar un valor del coeficiente de reset,  $p_{reset}$ , y de la banda de reset fija,  $\delta$ , con el objetivo de obtener la máxima fase posible del sistema en lazo cerrado. Tras hacer un barrido de valores, usando la función descriptiva del controlador **PI+CI** con banda de reset fija (5.4), se ha obtenido que el margen de fase del sistema es máximo cuando se fija un  $p_{reset} = 0.15$  y una banda de valor  $\frac{\delta}{E} = 0.7$ . Para poder especificar un valor de  $\delta$ , en este ejemplo se va a considerar que la amplitud del error igual al error máximo cometido, es decir,  $E = 1$  para un cambio de referencia igual a la unidad. De esta forma,  $\delta$  se va a fijar en un valor de 0.7.

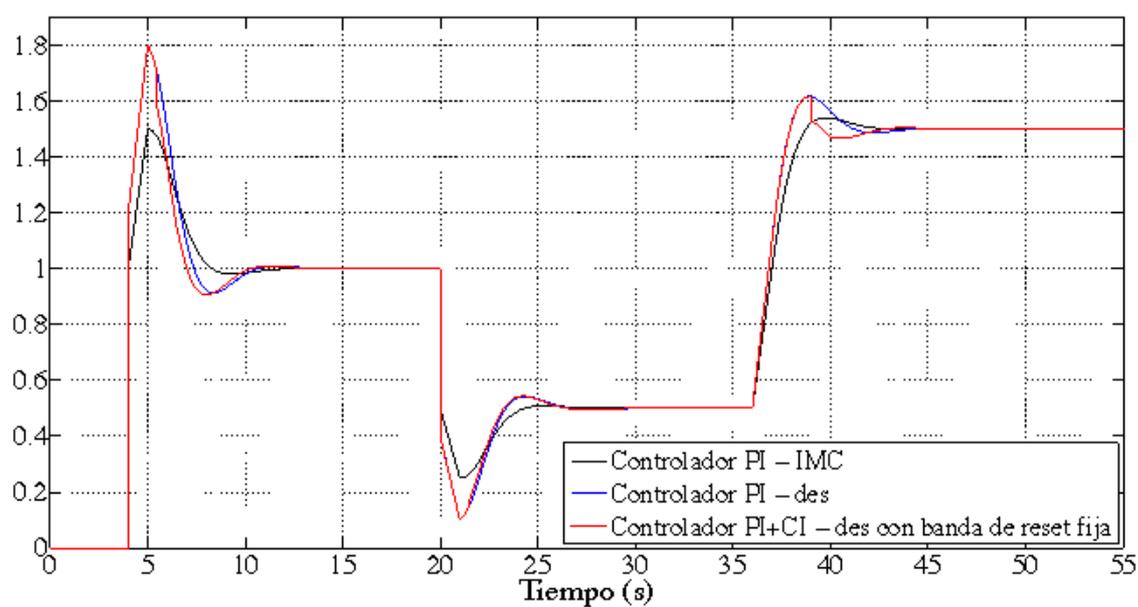
En la figura 5.5 se han comparado las respuestas, figura 5.5a, y las señales de control, figura 5.5b, del controlador **PI** sintonizado por **IMC**, del controlador **PI** desintonizado y de su correspondiente controlador **PI+CI** con  $p_{reset} = 0.15$  y banda de reset fija en  $\delta = 0.7$ .

Ante cambios en la referencia, se observa que al desintonizar el controlador **PI**, la respuesta del sistema de control es más rápida que la obtenida con el controlador sintonizado con **IMC**. Sin embargo, esta velocidad de la respuesta se penaliza con un aumento considerable del *overshoot*. Para reducirlo de forma efectiva, el uso de un controlador **PI+CI** con banda de reset fija es una buena opción, tal y como muestran sus menores índices de *performance* de la tabla 5.1.

Por otro lado, ante rechazo de perturbaciones, el controlador **PI** desintonizado es de nuevo más rápido que el sintonizado usando **IMC**, dando unos valores **IAE** e **ITAE** menores. Al contrario que ante cambios en la referencia, en este caso la acción de reset con banda fija hace que la respuesta del sistema de control sea más lenta que cuando se usa el controlador lineal **PI** desintonizado. Esto se debe a que cuando el sistema se empieza a recuperar de la perturbación, en algún momento se cumple la condición de reset con banda fija (5.2), provocando un reset parcial en la señal de control. Este reset no se debería de haber hecho, pues como se explicó anteriormente,



(a) Señales de salida



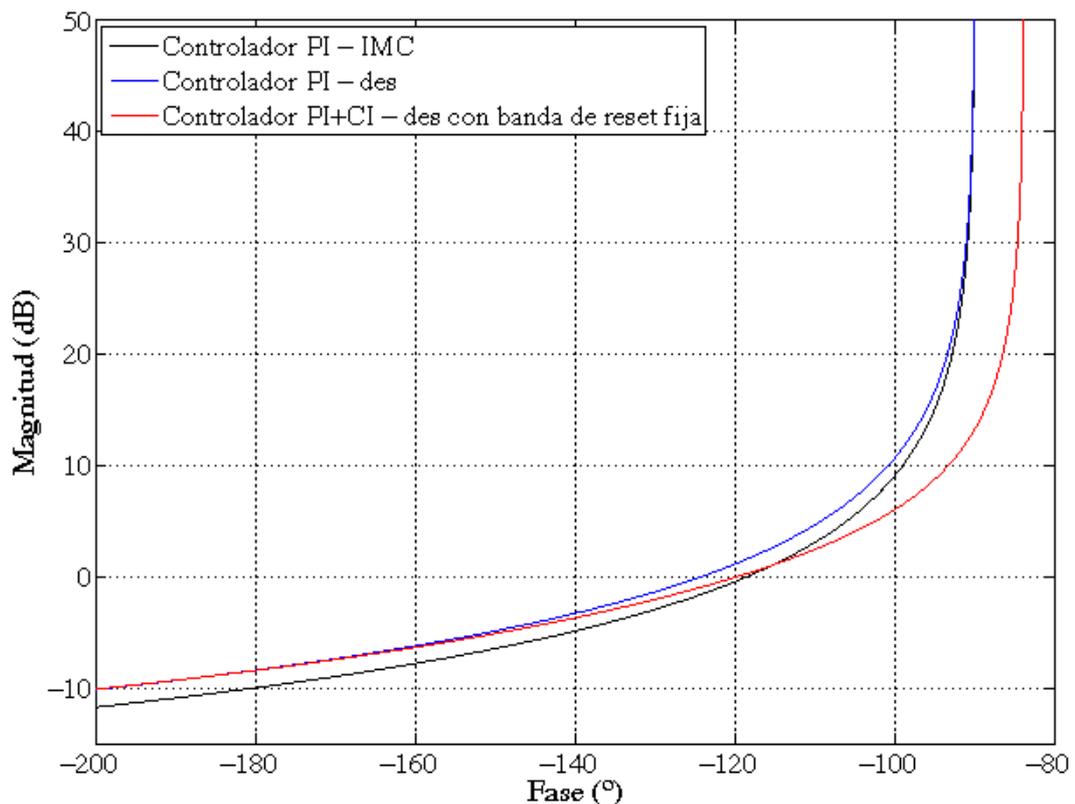
(b) Señales de control

Figura 5.5: Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con banda de reset fija)

	Referencia		Perturbación		Estabilidad	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)	$A_m$ (dB)
PI-IMC	3.25	34.67	2	78	61.3	9.94
PI-des	3.16	33.93	1.66	64.44	55.6	8.36
PI+CI-des $\mathcal{B}_\delta^f$	3.05	32.83	1.82	70	60	8.38

Tabla 5.1: Índices de *performance* (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con  $\mathcal{B}_\delta^f$ )

la filosofía de la banda de reset fija es la de anticiparse al cruce de la señal de error por cero, y como vemos el sistema con el controlador PI desintonizado alcanza la referencia solamente en el estado estacionario. Por tanto, un inconveniente de usar la banda de reset fija es que la respuesta del sistema puede empeorar ante rechazo de perturbaciones en ciertas situaciones. Sin embargo, comparando los índices de *performance* de los tres controladores estudiados se puede afirmar que aunque el uso de la banda de reset fija empeora un poco el rechazo de perturbaciones del sistema, proporcional la mejor respuesta del sistema ante cambios en la referencia.

Figura 5.6: Diagrama de Nichols (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con  $\mathcal{B}_\delta^f$ )

Por último, en la figura 5.6 se ha representado el diagrama de Nichols del sistema con los tres controladores. Con esta figura y con los márgenes de estabilidad de la tabla 5.1, se comprueba que la fase del sistema aumenta en  $5^\circ$  con el controlador reseteado cuando se usa una banda de reset fija de valor  $\delta = 0.7$ .

Hay que tener en cuenta que en el ejemplo anterior el valor de  $\delta$  se ha especificado en función del máximo error, de manera que la condición de reset (5.2) solamente se cumple una vez para cada cambio de las señales externas, tal y como se observa en la figura 5.5b. Tras el primer y único instante de reset, el sistema de control reseteado se comporta de la misma forma que el lineal a pesar de que la respuesta cruza en varias ocasiones con la referencia,  $e(t) = 0$ . Por tanto, como el objetivo de la banda de reset fija es el de adelantar los instantes de reset en lugar de eliminarlos, es mejor usar una banda de reset que varíe a lo largo del tiempo en función del error.

### 5.1.2 Banda de reset variable

Recordemos que el objetivo principal de estas modificaciones de la condición de reset es el de predecir los instantes de reset,  $e(t) = 0$ , para adelantarnos a ellos. Sin embargo, la banda de reset fija solamente predice estos instantes en función de un valor del error, de manera que el sistema solamente hace reset una vez. Para solucionar este percance se definirá una banda de reset variable que va a predecir los instantes de reset usando la derivada del error [61].

Para ello, en este caso se va a aproximar la señal de error a una línea recta en un cierto periodo de tiempo, en concreto entre  $t_k - h$  y  $t_k$ . Con esta aproximación los instantes de reset se van a predecir usando la definición de la derivada por la cual la derivada de una función en un punto equivale a la pendiente de la recta tangente en dicho punto. Con la ayuda de la figura 5.7, esta definición se expresa mediante la siguiente relación:

$$\tan \gamma = \frac{de(t)}{dt} = \frac{-e(t)}{h} \quad (5.5)$$

la cual se iguala a cero para obtener la nueva condición de reset:

$$h \frac{de(t)}{dt} + e(t) = 0 \quad (5.6)$$

En esta nueva condición de reset se observa que no se ha de fijar ningún parámetro, pues para predecir los instantes de reset solamente se necesita conocer el valor del retardo o una aproximación de él.

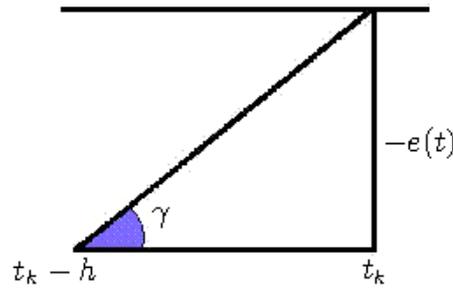


Figura 5.7: Aproximación de la derivada

Con la condición de reset (5.6), el controlador reseteado (3.1) se expresa ahora en el espacio de estados mediante:

$$C_v^r : \begin{cases} \dot{x}_r(t) &= A_r x_r(t) + B_r e(t), & (e(t), \dot{e}(t)) \notin \mathcal{B}_h^v \\ x_r(t^+) &= A_\rho x_r(t), & (e(t), \dot{e}(t)) \in \mathcal{B}_h^v \\ v(t) &= C_r x_r(t) + D_r e(t) \end{cases} \quad (5.7)$$

donde la banda de reset variable  $\mathcal{B}_h^v$  viene dada por:

$$\mathcal{B}_h^v = \{(e(t), \dot{e}(t)) \in \mathbb{R}^2 \mid h\dot{e}(t) + e(t) = 0\} \quad (5.8)$$

En este caso, la superficie de reset va a ser una función continua de la señal de error y de su derivada, tal y como se observa en la figura 5.8.

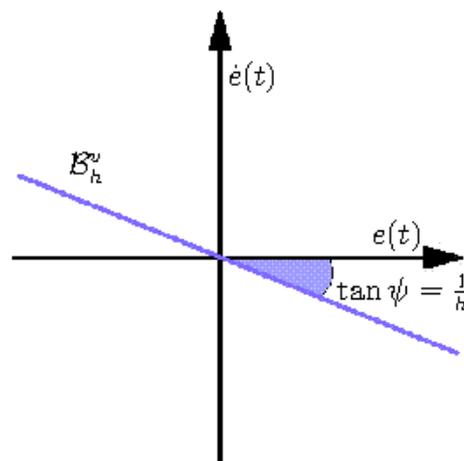


Figura 5.8: Superficie de la banda de reset variable

Cuando no hay retardo en el sistema,  $h = 0$ , esta condición de reset coincide con la tradicional (3.11). Con el objetivo de verificar si la banda de reset variable es eficaz o no para predecir y adelantar los instantes de reset, en la figura 5.9 se han representado las respuestas de un CI con un retardo de 1 s cuando se usa la condición de reset original y cuando se usa la banda de reset variable.

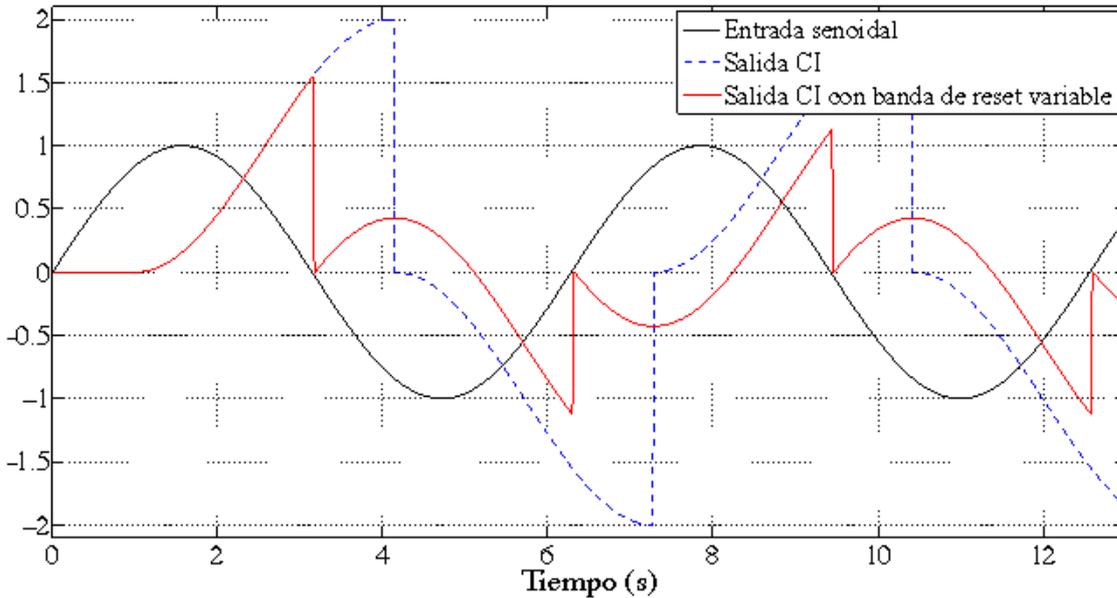


Figura 5.9: Respuestas ante una entrada senoidal (CI con y sin  $\mathcal{B}_k^v$ )

En esta figura se observa que al usar en el integrador de Clegg la banda de reset variable se consiguen adelantar los instantes de reset, de tal forma que la respuesta del CI con retardo se hace reset justo en los instantes en los que la entrada senoidal es cero.

Para comprobar como con el uso de una banda de reset variable se superan los efectos adversos de la presencia de un retardo dominante, se va a considerar de nuevo el proceso estudiado con la banda de reset fija (4.32). Para este proceso se sintonizó un controlador PI con el método IMC,  $k_p = 1$  y  $\tau_i = 2$  s, PI-IMC. Después se aumentó su ganancia proporcional,  $k_p = 1.2$ , para obtener una respuesta más rápida. Al usar este controlador PI más rápido, PI-des, para sintonizar un controlador PI+CI con  $p_{reset} = 0.1$ , PI+CI-des, se comprobó que la respuesta del sistema de control reseteado no mejoraba a la del sistema lineal, pues los *overshoots* y *undershoots* aumentaban.

Para solucionar este empeoramiento de la respuesta, el controlador PI+CI-des se va a usar con una banda de reset variable, (5.8), y se va a comparar su comportamiento con los controladores PI-IMC y PI-des. Para sintonizar la banda de reset variable tan solo hay que conocer el retardo del proceso, en este caso,  $h = 1$  s. En la figura 5.10 se han dibujado las respuestas, figura 5.10a, y las señales de control, figura 5.10b, de estos controladores ante cambios en la referencia y rechazo de perturbaciones.

Ante cambios en la referencia, se observa que el controlador PI desintonizado es más rápido que el sintonizado con IMC, pero también tiene mucho más *overshoot*. Cuando se usa la acción de reset en combinación con la banda de reset variable, este *overshoot* disminuye de manera considerable sin disminuir la velocidad de la respuesta. De ahí que los índices de *performance*, tabla 5.2, sean menores para este controlador.

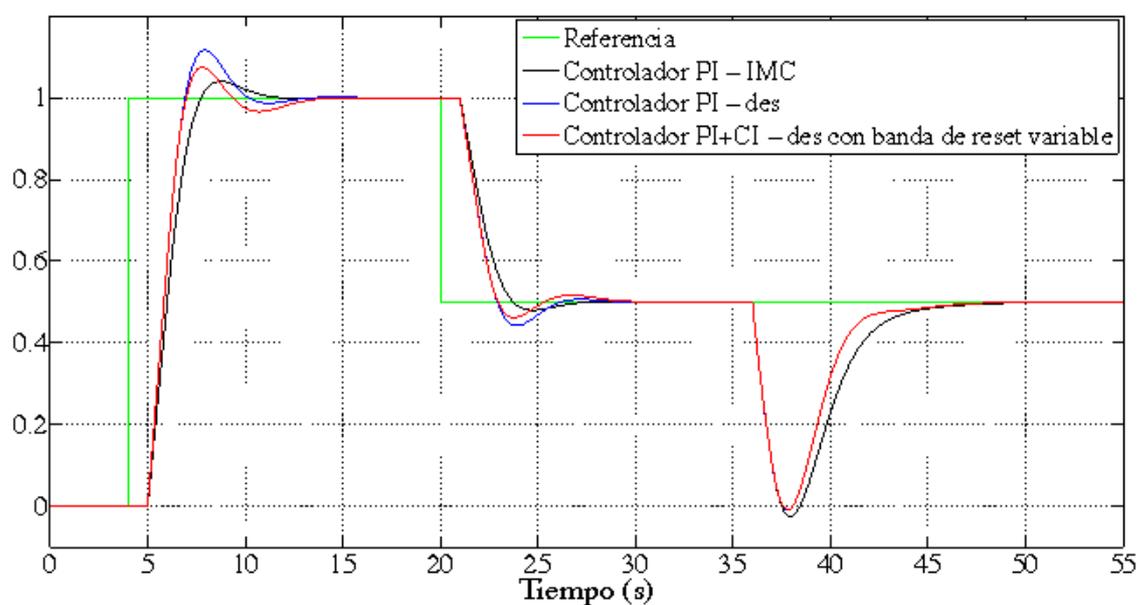
	Referencia		Perturbación	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )
PI-IMC	3.25	34.67	2	78
PI-des	3.16	27.62	1.66	64.44
PI+CI-des $\mathcal{B}_h^v$	3.10	27.32	1.66	64.44

Tabla 5.2: Índices de *performance* (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con  $\mathcal{B}_h^v$ )

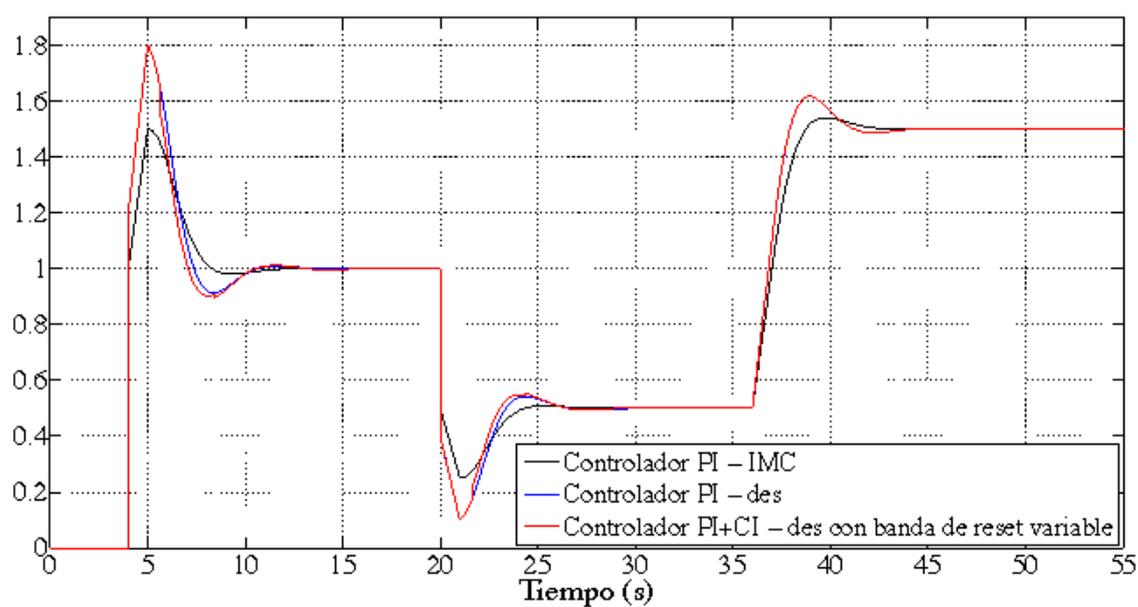
Además, en la señal de control, figura 5.10b, se observa que en este caso la acción de reset no solamente ocurre una vez sino que ocurre siempre que la señal de error se está aproximando a cero.

Por otro lado, ante rechazo de perturbaciones, el controlador PI desintonizado es de nuevo más rápido que el sintonizado usando IMC, dando unos valores IAE e ITAE menores. Al contrario que con la banda de reset fija, el controlador PI+CI con banda de reset variable no va a hacer reset y por tanto va a rechazar las perturbaciones del mismo modo que el controlador lineal desintonizado.

Comparando los índices de *performance*, tabla 5.2, se concluye que el controlador PI+CI con banda de reset variable es el que proporciona menores valores de IAE e ITAE ante cambios en la referencia a la vez que no se perjudica su capacidad de rechazo de perturbaciones, mejorando por tanto la respuesta del controlador PI lineal sintonizado por IMC.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 5.10: Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC, PI-des y PI+CI-des con  $\mathcal{B}_h^{\alpha}$ )

## 5.2 El controlador PI+CI con reset variable

En el capítulo anterior se estudió que en algunas ocasiones el controlador PI lineal sintonizado con IMC, PI-IMC, se desintonizaba para tener una respuesta más rápida y con más *overshoot*. El coeficiente de reset,  $p_{reset}$ , se fijaba en el controlador PI+CI con el fin de reducir el *overshoot* de la respuesta lineal. De esta manera se obtenía una respuesta más rápida que la del PI-IMC y con menos *overshoot* que la de su homólogo lineal. Sin embargo, siempre hay un límite para reducir el *overshoot* de la respuesta con el controlador PI+CI, y este límite lo va a fijar el coeficiente de reset.

Para valores altos del coeficiente de reset si bien el *overshoot* disminuye de manera muy drástica, el *undershoot* aumenta considerablemente. Esto se debe a que cuando el error cruza por cero con una pendiente alta, es decir, a gran velocidad, si el coeficiente de reset es también alto, el efecto de la acción de reset se transmite de un instante de reset al siguiente. Este efecto se acumula a la nueva acción de reset provocando con ello que una gran parte del término integral del controlador PI+CI se haga reset, de manera que se obtienen *overshoots* o *undershoots* excesivamente grandes. En esta sección, para evitar excesivos *overshoots* o *undershoots* tras el primer instante de reset, se va a definir un coeficiente de reset relativo,  $\hat{p}_{reset}$ , cuyo valor va a variar en función de la dinámica del sistema en lazo cerrado.

En general, cuando la velocidad del error es alta en el primer instante de reset, interesa un valor del coeficiente de reset bajo, para que la inercia de la señal de error no arrastre el efecto del reset a los instantes de reset posteriores. Por contra, cuando la velocidad del error es baja en los instantes de reset, la acción de reset puede ser más agresiva sin peligro de influir con ello en los siguientes instantes de reset. Por tanto, el coeficiente de reset debe variar su valor en función de la velocidad de la señal de error, es decir, el función de su derivada. De esta forma el coeficiente de reset relativo,  $\hat{p}_{reset}$ , se define como:

$$\hat{p}_{reset}(t) = p_{reset}^0 + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \text{sign}(e(t)) \quad (5.9)$$

donde  $\tau_d$  es la constante de tiempo de la derivada del error y  $p_{reset}^0$  es un valor fijo del coeficiente de reset. Este valor se va a usar como valor base para calcular el coeficiente de reset relativo. La derivada del error se multiplica por el signo de la señal de error para que su derivada sea negativa para cualquier cambio en la referencia, tanto si son positivos como negativos.

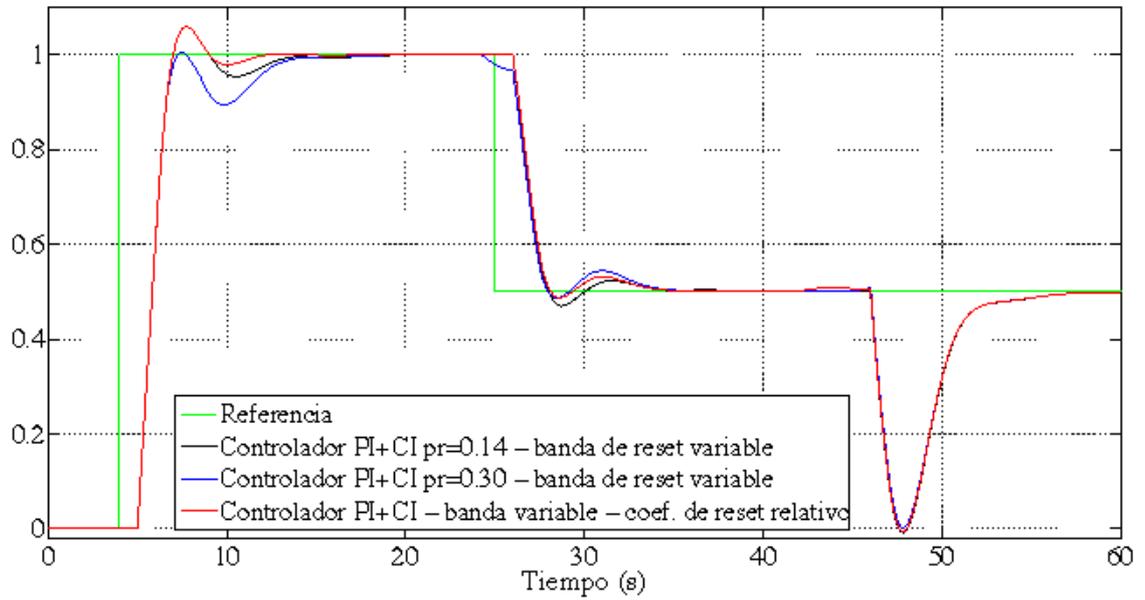
Para sintonizar el coeficiente de reset relativo,  $\hat{p}_{reset}$ , se deben especificar dos parámetros. El parámetro  $p_{reset}^0$  se fija como el coeficiente de reset con el que la oscilación del sistema es pequeña tras el primer instante de reset, pero grande tras el segundo. Por otro lado la constante de tiempo de la derivada del error se sintoniza en función del cambio de la señal de referencia,  $\Delta r$ , mediante la siguiente relación:

$$\tau_d = \kappa \frac{t_r p_{reset}^0}{\Delta r} \quad (5.10)$$

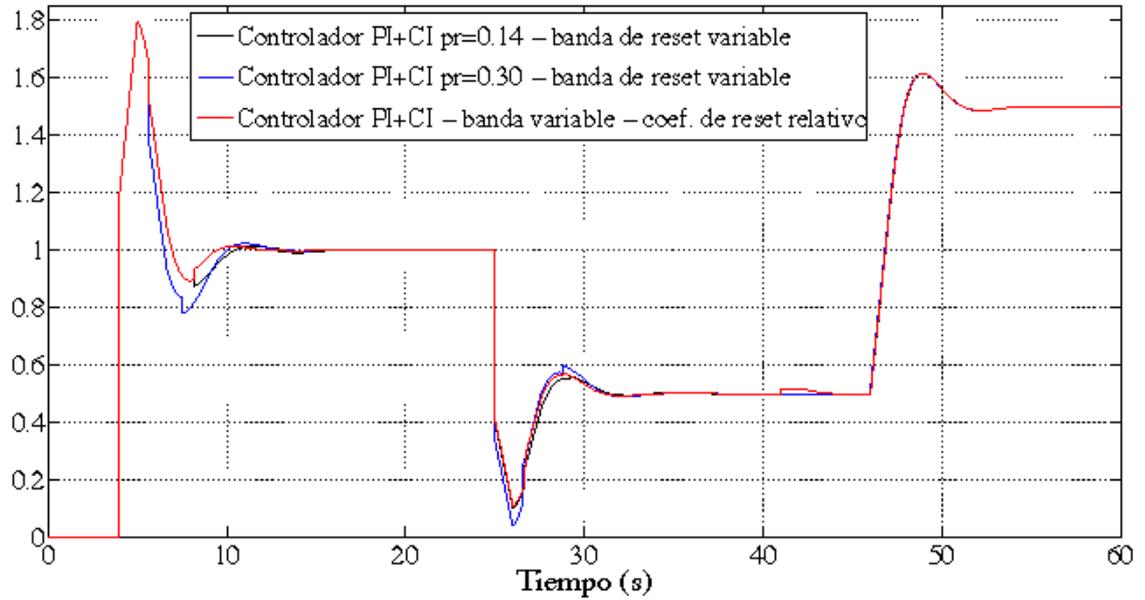
donde  $t_r$  es el tiempo de subida del sistema en lazo cerrado y  $\kappa$  es una constante positiva cuyo valor está limitado por  $\kappa \in (0, 3]$ . Conforme el valor de  $\kappa$  aumenta,  $\tau_d$  aumenta, y por tanto el *undershoot* de la respuesta del sistema disminuye. Cuando  $\kappa = 0$ ,  $\tau_d = 0$  y el coeficiente de reset relativo permanece constante a lo largo del tiempo,  $\hat{p}_{reset} = p_{reset}^0$ .

Para comprobar el funcionamiento del coeficiente de reset relativo,  $\hat{p}_{reset}$ , vamos a considerar el sistema estudiado en la sección anterior. En él se había sintonizado un controlador PI con IMC,  $k_p = 1$  y  $\tau_i = 2$  s, PI-IMC, para un proceso de primer orden con retardo dominante (4.32). Como la respuesta era lenta y con poco *overshoot*, se decidió usar como base del controlador reseteado un controlador PI más rápido que el anterior,  $k_p = 1.2$  y  $\tau_i = 2$  s, PI-des. También se añadió una banda de reset variable,  $h = 1$  s, al controlador PI+CI con  $p_{reset} = 0.1$  para solucionar el efecto perjudicial del retardo dominante del proceso sobre la acción de reset del controlador, de manera que los índices de *performance* de este sistema de control reseteado eran los mejores.

A pesar de que la respuesta del sistema de control reseteado tenía menos *overshoot* que la respuesta de su homólogo lineal, el *undershoot* de éste era algo mayor, figura 5.10a. Para disminuir este *undershoot*, se va a sintonizar un coeficiente de reset relativo para el controlador PI+CI con banda de reset variable. Para ello, en primer lugar se fija un valor de  $p_{reset}^0$  igual a 0.3. En la figura 5.11a se observa que si se considerara  $p_{reset} = p_{reset}^0 = 0.3$ , la acción de reset sería tan agresiva que la respuesta apenas tendría *overshoot* pero sí un enorme *undershoot*. Por otro lado, el tiempo de subida del sistema en lazo cerrado es  $t_r = 1.6$  s, de manera que la constante de tiempo de la derivada del error se va a calcular usando (5.10) y un valor intermedio de  $\kappa$  igual a 1. Con estas constantes se calculan dos valores de la constante de tiempo derivativa, una para un cambio en la referencia igual a  $\Delta r_1 = 1$ ,  $\tau_d = 0.48$  s, y otra para  $\Delta r_2 = 0.5$ ,  $\tau_d = 0.96$  s. Como en la simulación que va a hacer se van a considerar estos dos cambios de referencia, se va a tomar como constante de tiempo derivativa el valor medio, es decir,  $\tau_d = 0.72$  s.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 5.11: Ensayos para sintonizar el coeficiente de reset relativo

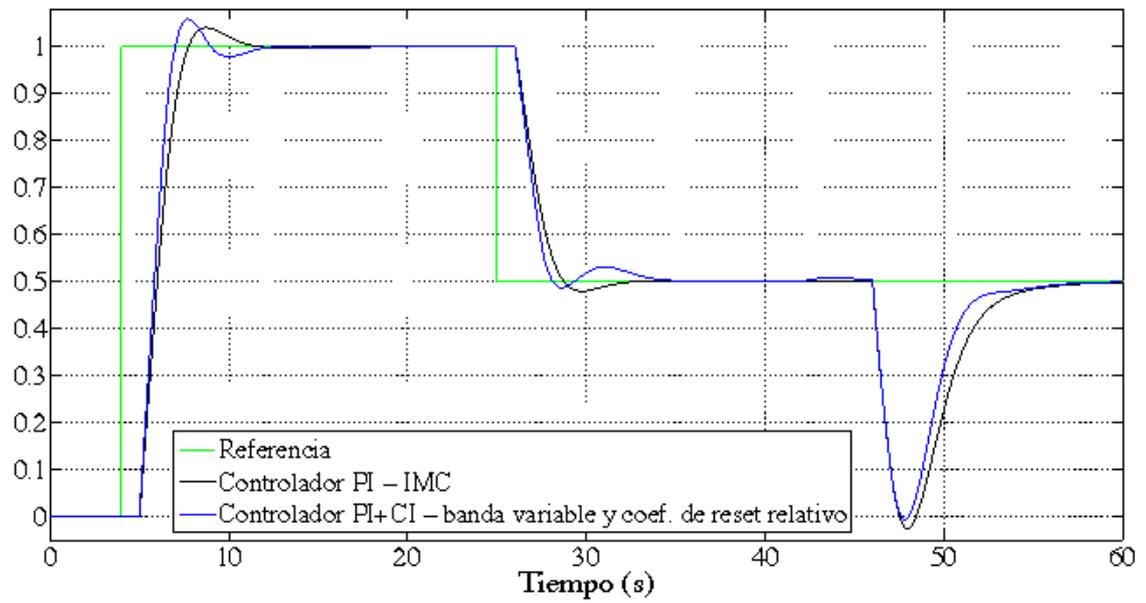
Como se observa en la figura 5.11, al sustituir en el controlador PI+CI el coeficiente de reset,  $p_{reset} = 0.3$ , por el coeficiente de reset relativo,  $\hat{p}_{reset}(t) = 0.3 + 0.72 \frac{de(t)}{dt} \text{sign}(e(t))$ , el *overshoot* de la respuesta aumenta mientras que el *undershoot* disminuye considerablemente. En esta misma figura se han comparado también las respuestas del sistema con el controlador PI+CI usando el coeficiente de reset relativo anterior y un coeficiente de reset,  $p_{reset} = 0.14$ . En ella se observa que aunque para ambos controladores la respuesta del sistema tiene el mismo *overshoot*, cuando se usa el coeficiente de reset relativo el *undershoot* disminuye. Por tanto se demuestra que el coeficiente de reset relativo es una buena opción para disminuir los *undershoots* que se obtienen con el controlador PI+CI de coeficiente de reset fijo.

En la figura 5.12 se han comparado las respuestas y las señales de control del sistema en lazo cerrado, controlado por el controlador PI sintonizado mediante IMC y por el controlador PI+CI con banda de reset variable y coeficiente de reset relativo. Además en la tabla 5.3 se han recogido los valores IAE e ITAE de ambos sistemas ante cambios en la referencia y ante rechazo de perturbaciones.

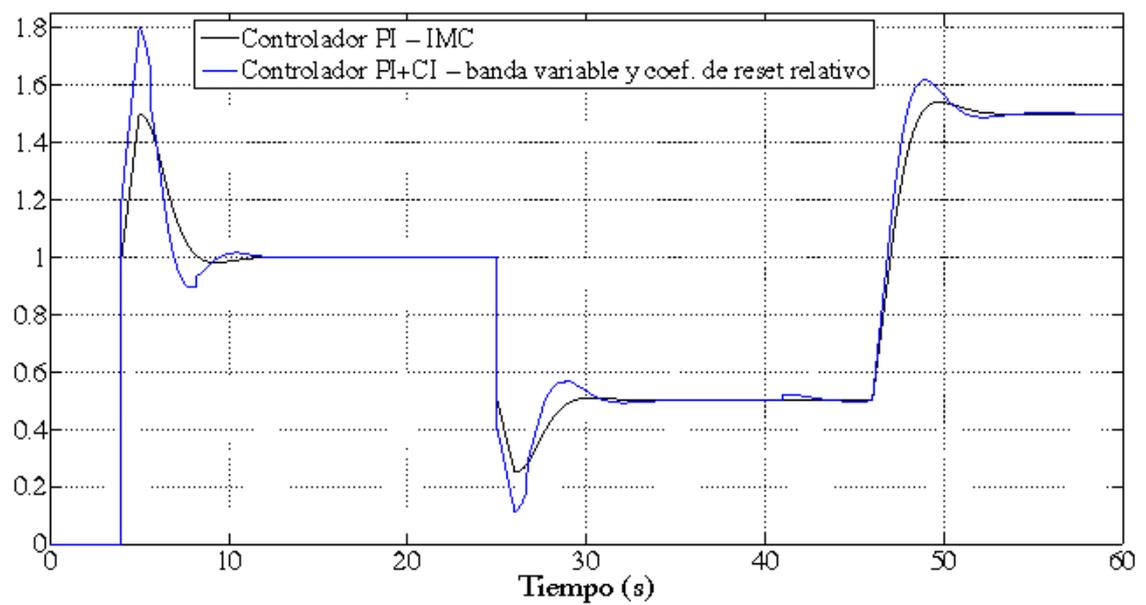
	Referencia		Perturbación	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )
PI-IMC	3.25	40.1	2	97.8
PI+CI-des $\mathcal{B}_h^v$ y $\hat{p}_{reset}$	3.04	38.2	1.66	81.5

Tabla 5.3: Índices de *performance* (PI-IMC y PI+CI-des con  $\mathcal{B}_h^v$  y  $\hat{p}_{reset}$ )

Por otro lado, en la figura 5.13 se ha representado los valores que toma el coeficiente de reset relativo a lo largo del tiempo. En ella se observa como era de esperar que cuando la velocidad de error es alta, el coeficiente de reset relativo varía más que cuando la velocidad es baja. Además, cuando el sistema alcanza el estado estacionario,  $\frac{de(t)}{dt} = 0$ , el coeficiente de reset relativo coincide con el coeficiente de reset base,  $\hat{p}_{reset} = p_{reset}^0 = 0.3$ . Las variaciones del coeficiente de reset relativo, a pesar de ser pequeñas, tienen una beneficiosa influencia sobre la respuesta del sistema de control, reduciendo el *undershoot* del sistema sin alterar su velocidad.



(a) Señales de salida



(b) Señales de control

Figura 5.12: Proceso de primer orden con retardo dominante (PI-IMC y PI+CI-des con  $\mathcal{B}_h^v$  y  $\hat{p}_{reset}$ )

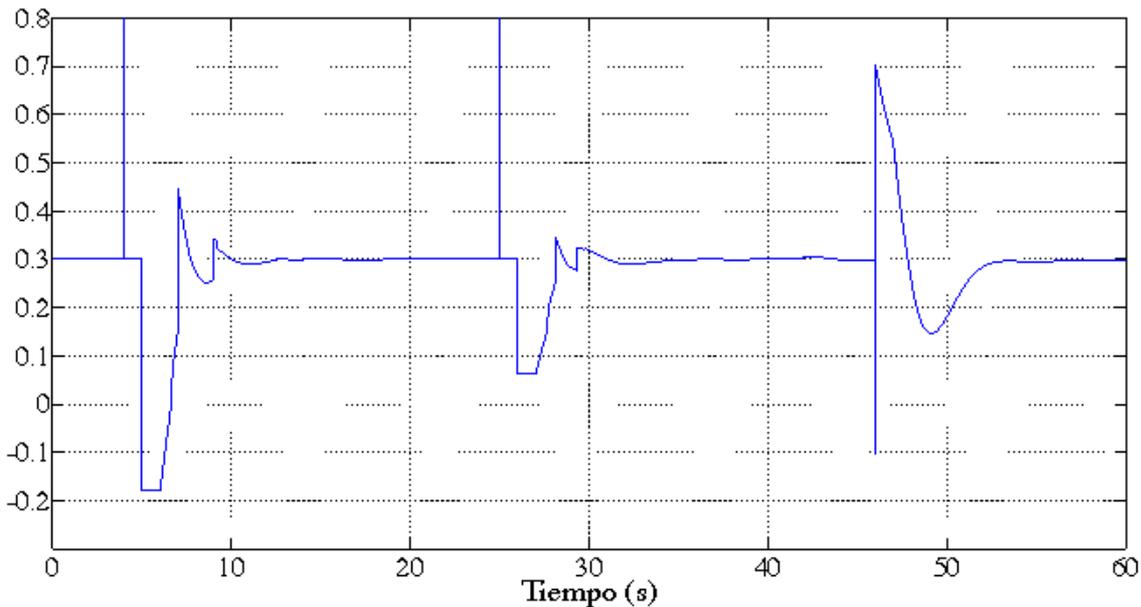


Figura 5.13: Coeficiente de reset relativo (proceso de primer orden con retardo dominante)

Con la figura 5.12a y los datos de la tabla 5.3, se puede concluir que la respuesta del sistema con el controlador PI+CI es más rápida ante cambios en la referencia, y a pesar de tener un poco más de *overshoot* y *undershoot*, sus índices de *performance* son menores que los del controlador PI sintonizado con IMC. En cuanto al rechazo de perturbaciones, la respuesta del sistema de control reseteado alcanza el estado estacionario a la misma vez que el sistema lineal, aunque con menor *undershoot*.

Por lo tanto, el controlador PI+CI con banda de reset variable y coeficiente de reset relativo mejora el comportamiento de un controlador PI lineal sintonizado con IMC, dando una respuesta más rápida con poco *overshoot* y *undershoot*, algo imposible de obtener con un controlador PI lineal.

### 5.3 Reglas de sintonización de las modificaciones del controlador PI+CI

En este capítulo se han estudiado ciertas modificaciones que se han de hacer en el controlador PI+CI para optimizar la respuesta del sistema de control en ciertas circunstancias. A continuación se van a resumir los pasos que se han de seguir para sintonizar adecuadamente los parámetros de estas modificaciones.

Por un lado, cuando el proceso tiene retardo dominante se han desarrollado dos condiciones de reset alternativas: la banda de reset fija y la banda de reset variable. Con estas modificaciones se pretende predecir los instantes en los que el error va a cruzar por cero para poder adelantar los instantes de reset.

Cuando se usa la banda de reset fija,  $\mathcal{B}_\delta^f$ , se han de seguir los siguientes pasos para sintonizar el controlador:

1. Calcular los valores de  $k_p$  y  $\tau_i$  del controlador PI+CI usando una de las reglas de sintonización recogidas en la sección 4.6.
2. Fijar un valor de  $p_{reset}$  y de  $\frac{\delta}{E}$  usando la función descriptiva (5.4), de tal forma que la fase del sistema de control reseteado sea máxima.
3. Por último se calcula un valor de  $\delta$  considerando un valor constante de la amplitud del error  $E$ .

Por contra, cuando se usa la banda de reset variable,  $\mathcal{B}_h^v$ , tan solo se ha de conocer el retardo del proceso,  $h$ , para sintonizar el controlador PI+CI, previamente sintonizado por una de las reglas recogidas en la sección 4.6.

Por otro lado, la última modificación del controlador PI+CI que se ha estudiado en este capítulo es la del coeficiente de reset relativo,  $\hat{p}_{reset}$ . Con esta modificación se consigue adaptar el valor del coeficiente de reset a la dinámica del sistema en lazo cerrado disminuyendo los *undershoots* de su respuesta. Para sintonizar el coeficiente de reset relativo se utiliza la relación  $\hat{p}_{reset}(t) = p_{reset}^0 + \tau_d \frac{de(t)}{dt} \text{sign}(e(t))$ , donde  $p_{reset}^0$  se fija en un valor tal que el *overshoot* de la respuesta sea pequeño.

Para fijar el valor de  $\tau_d$  se usa la expresión  $\tau_d = \kappa \frac{t_r p_{reset}^0}{\Delta r}$ , siendo  $\Delta r$  los cambios de la referencia y  $t_r$  el tiempo de subida de la respuesta del sistema de control. Además  $\kappa$  es una constante positiva cuyo valor está comprendido en el siguiente intervalo  $\kappa \in (0, 3]$ . Cuando en un mismo ensayo se dan cambios en la referencia  $\Delta r$  de distinta magnitud, es conveniente calcular un valor de  $\tau_d$  para cada  $\Delta r$  y tomar como constante de tiempo derivativa final el valor medio.



# El controlador PI+CI en la Planta Solar de Almería

---

EN este capítulo se va a estudiar el comportamiento del controlador PI+CI en un campo de colectores solares distribuidos, en concreto, el campo ACUREX de la Plataforma Solar de Almería. En primer lugar, tras explicar las características dinámicas de estos colectores solares, se va a sintonizar un controlador PI+CI con coeficiente de reset fijo a partir de un controlador PI previamente sintonizado por el método IMC. Como la respuesta del campo no es satisfactoria, se va a aplicar un coeficiente de reset relativo explicado en el capítulo anterior.

## 6.1 Descripción del campo solar ACUREX

El campo solar ACUREX está situado dentro de la Plataforma Solar de Almería (PSA), en Tabernas. Esta instalación es el mayor centro europeo de experimentación en aplicaciones de energía solar térmica, y pertenece al Centro de Investigaciones Energéticas, Medioambientales y Tecnológicas adscrito al Ministerio de Ciencia e Innovación.

ACUREX está compuesto por 480 colectores solares distribuidos, dispuestos en 20 filas formando 10 lazos paralelos, los cuales se pueden observar en la fotografía de la figura 6.1.

Cada uno de los lazos mide 172 metros de longitud, resultando una superficie efectiva total de aproximadamente  $2679 \text{ m}^2$ . Los colectores solares usados en este campo no son más que una serie de espejos parabólicos que concentran un haz



Figura 6.1: Campo solar ACUREX

directo de la radiación solar sobre una tubería por la que circula aceite térmico, tal y como se observa en la figura 6.2.



Figura 6.2: Colector solar de ACUREX

Estos colectores cuentan con un sistema de seguimiento solar que hace que los espejos giren alrededor de un eje paralelo a la tubería por la que circula el aceite térmico. Este sistema de seguimiento se basa en la diferencia de potencial entre dos células fotovoltaicas cuando el colector deja de estar en paralelo con los rayos

solares. Con este sistema, el campo solar puede adoptar tres situaciones:

1. *Seguimiento*: en este estado el campo sigue al sol de manera que el colector enfoca a la tubería. Este estado es el que se usa para operar en el campo solar.
2. *Desenfocado*: es este caso el campo sigue al sol, pero desenfoca el colector para que el aceite térmico no se caliente. De esta manera se protege al campo de sobrecalentamientos en casos de avería.
3. *Abatido*: como su propio nombre indica, en esta situación los colectores se encuentran en una posición invertida, de manera que de ningún modo siguen al sol. Este estado se usa al final del día o en caso de emergencias graves.

Inicialmente, el aceite térmico se encuentra almacenado en el fondo de un tanque, a partir del cual se bombea hasta los colectores del campo solar. Fluyendo por estos colectores, el aceite recibe el calor transferido por el haz de radiación solar a través de la superficie de la tubería. Una vez calentado, a la salida de los colectores, el aceite se bombea hasta la parte superior del tanque de almacenamiento. Debido a las buenas propiedades de estratificación térmica de este tanque, el aceite caliente se queda estanco en la parte superior del mismo mientras que el aceite frío, debido a su mayor densidad, permanece en el fondo. En la figura 6.3 se ha representado un diagrama del campo ACUREX. El aceite caliente del tanque se usa posteriormente para producir vapor tanto en turbinas con el objetivo de generar electricidad [134] como en evaporadores para la desalinización de agua marina [148].

## 6.2 Sistema de control

Como en todo campo solar de colectores distribuidos, el objetivo del sistema de control en ACUREX es el de mantener la temperatura de salida del lazo en un determinado valor a pesar de perturbaciones tales como cambios en la radiación solar, cambios en la reflectividad de los espejos y variaciones en la temperatura del aceite a la entrada, entre otras. Para ello, como la radiación solar no se puede manipular, se usa el caudal de aceite térmico que pasa por el campo solar como señal de control. Además, como la intensidad de la radiación solar no solamente depende de la estación del año y de la hora del día, sino que también depende de las condiciones atmosféricas, como nubosidad, humedad y transparencia del aire, el caudal de aceite debe cambiar sustancialmente durante la operación para poder mantener la temperatura del aceite a la salida en el valor deseado. Estos cambios en las condiciones de operación hacen que las características dinámicas del campo cambien de manera sustancial a lo largo del día, de manera que el uso de un controlador sintonizado

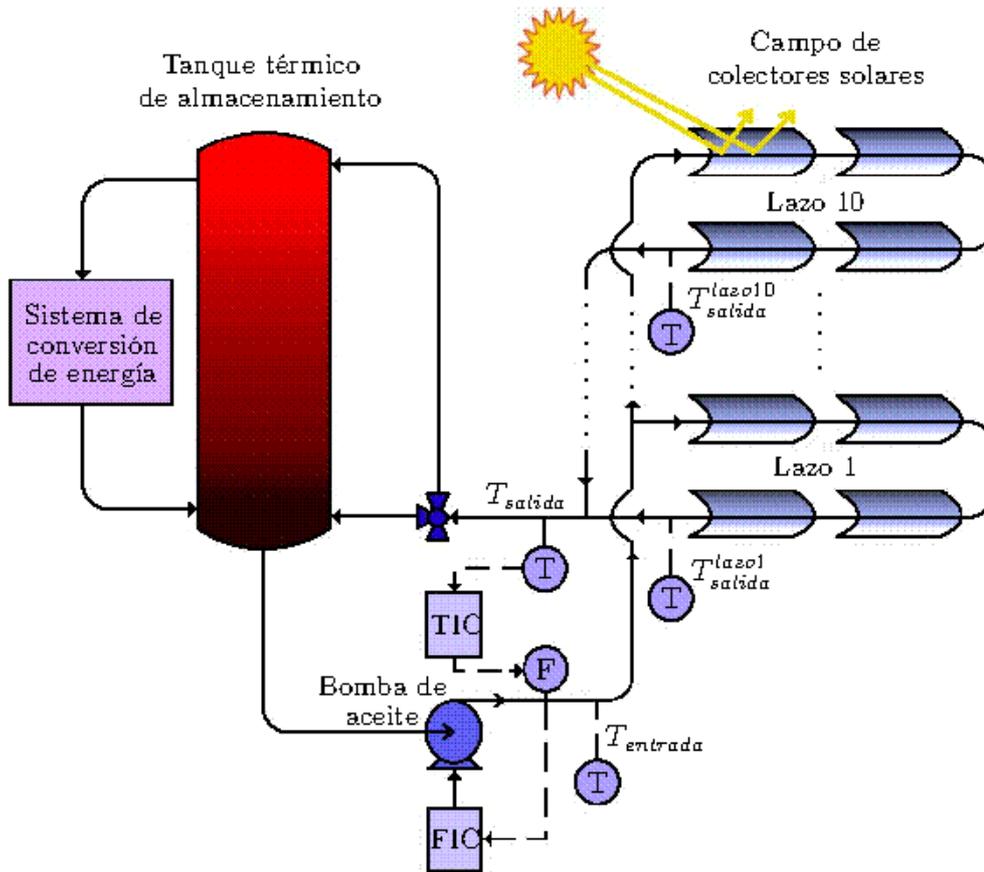


Figura 6.3: Sistema de control reseteado

para un determinado modelo del campo puede causar serias dificultades en el control de la temperatura de salida [35, 36].

Para minimizar en lo posible la influencia de la variación de la radiación solar,  $I$ , y de la variación de la temperatura de entrada del aceite,  $T_{entrada}$ , en ACUREX se ha implementado un controlador *feedforward* conectado en serie, tal y como muestra el esquema de control de la figura 6.4.

Los controladores *feedforward* se usan mucho en la industria para corregir los efectos que causan las perturbaciones medibles. Con la medida de estas perturbaciones, el controlador *feedforward* calcula un valor de la variable manipulada, en este caso el caudal de aceite, para mantener la temperatura de salida en el valor deseado. El rechazo de perturbaciones no será total, pues este controlador usa un modelo matemático de las perturbaciones, y obviamente no describe la dinámica de las perturbaciones a la perfección. Sin embargo, sí que es cierto que su uso minimiza

bastante la influencia de estas perturbaciones, y normalmente la mayoría de los investigadores que han experimentado en ACUREX lo han considerado como parte del propio campo solar.

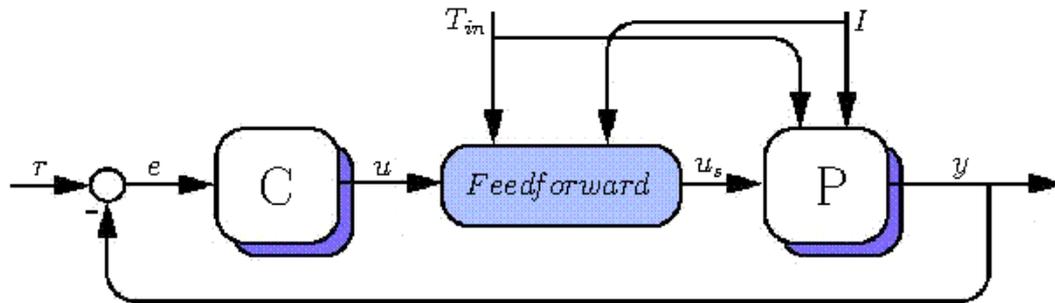


Figura 6.4: Esquema de control en ACUREX

Además de este controlador *feedforward*, se necesita otro controlador conectado en serie, *C*, para hacer que la temperatura a la salida del campo alcance el valor especificado de la mejor forma posible.

### 6.3 Simulador del campo solar ACUREX

En el año 1994, Manuel Berenguel, Eduardo Camacho y Francisco Rubio desarrollaron un *software* que simulaba el comportamiento del campo ACUREX a diferentes condiciones de operación [24]. Este simulador aproxima la dinámica de un colector del campo solar a un modelo de parámetros distribuidos que considera que la tubería por la que circula el aceite está formada por partes activas, en las que se produce transferencia de calor, y partes pasivas, en las que no hay tal transferencia. Este modelo, además considera factores tan importantes como son la posición del sol, la geometría del campo y la reflectividad de los espejos. Una vez modelado el colector solar, la dinámica del campo completo se simula conectando simplemente estos modelos y añadiendo los retardos causados por las interconexiones de la tubería.

Usando como datos conocidos la temperatura del aceite a la entrada del campo, la temperatura ambiente, la radiación solar directa y la hora local, este simulador, en una primera etapa, calcula las temperaturas del aceite y del metal de la tubería suponiendo que el fluido está en estado estacionario. Posteriormente en una segunda etapa, se corrige la temperatura del fluido que se ha calculado con la energía neta transportada. Además, las constantes y coeficientes usados en los modelos se calculan a partir de datos reales de la planta.

La estructura de este *software* se divide principalmente en los siguientes tres módulos:

1. *acurex.h*: este archivo contiene la declaración de todas las variables y funciones que se usan en el simulador.
2. *acurex.a*: este módulo consiste en una librería en la que se definen contiene las funciones que se necesitan para poder simular el comportamiento del campo solar y del controlador *feedforward*.
3. *acurex.c*: este archivo es el principal del simulador pues contiene las funciones definidas por el usuario e inicializa los parámetros del simulador y los lazos de control.

En el trabajo [34], con el objetivo de verificar la fiabilidad de este simulador, se ha comparado la respuesta proporcionada por este *software* con la obtenida experimentalmente en ACUREX para las mismas condiciones ambientales y de operación. De esta comparación se dedujo que aunque inicialmente las temperaturas del campo real y del simulador diferían notablemente, el simulador terminaba por seguir el comportamiento del campo real de una forma más que aceptable.

## 6.4 Modelado del campo solar ACUREX

En [50] se modeló el campo solar ACUREX por medio de la respuesta del sistema en el dominio de la frecuencia. Para ello, usando el *software* de simulación anterior, se excitó el campo con entradas senoidales a distintas frecuencias considerando al controlador *feedforward* como parte de él. Se realizaron diversos ensayos para cubrir los distintos puntos de operación, traducidos en diferentes valores de caudal del aceite térmico.

En la figura 6.5 se ha representado el diagrama de Bode de la respuesta en frecuencia del campo ACUREX conectado en serie con el controlador *feedforward* para distintos puntos de operación. Se observa que aunque el comportamiento del sistema difiere según el rango de caudal considerado, todos los modelos exhiben modos antirresonantes, que son característicos de intercambios de calor de gran longitud por los que circula un fluido a baja velocidad. Los modos antirresonantes consisten en el conjunto de frecuencias para las que la magnitud de la respuesta en frecuencia varía de forma drástica.

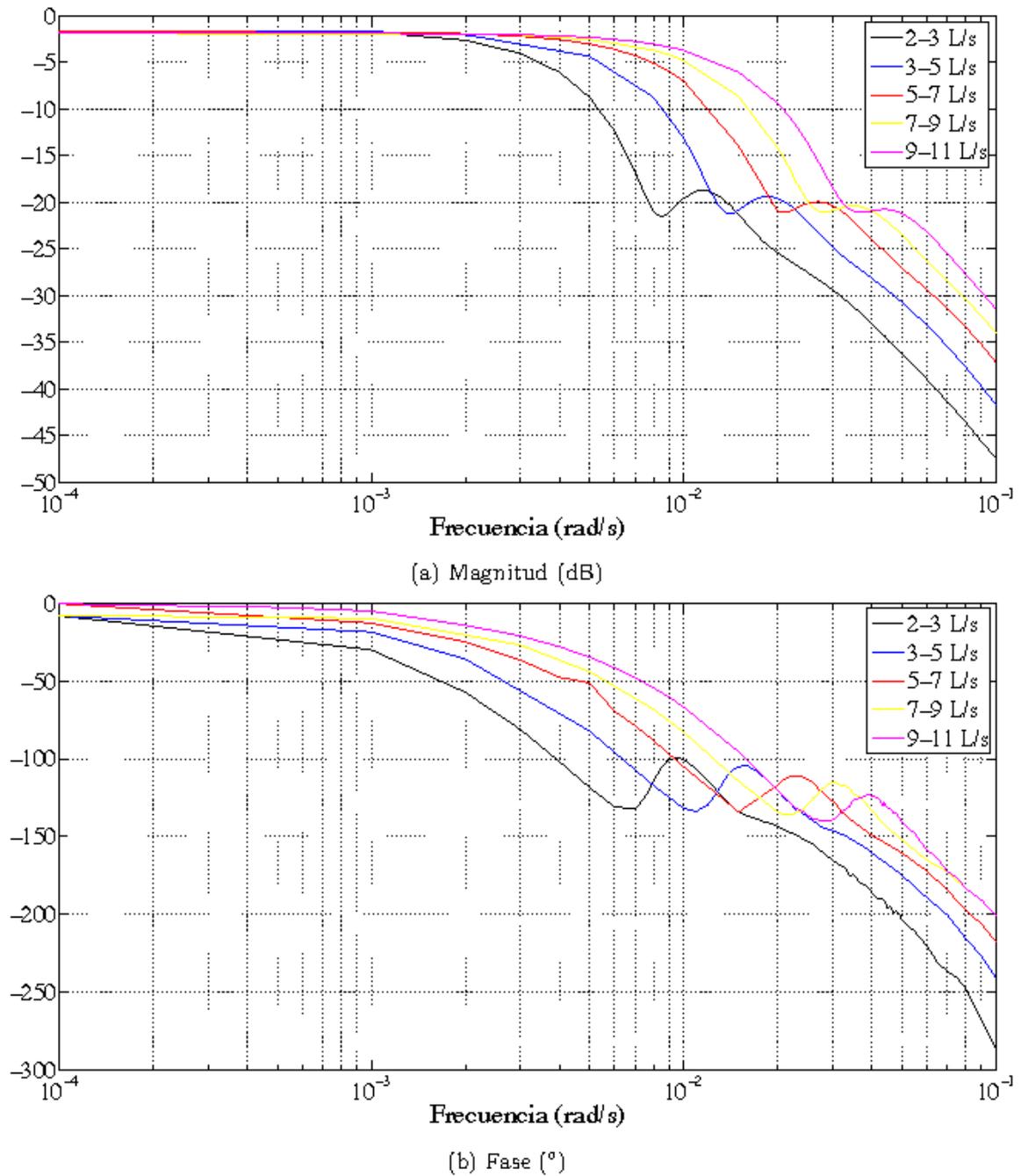


Figura 6.5: Respuestas en frecuencia del campo solar ACUREX

Los modos antirresonantes son indeseables para el comportamiento del campo solar, pues si el sistema de control se excita con una señal cuyos componentes principales en frecuencia corresponden a estos modos, las variaciones en la respuesta serán muy pequeñas, haciendo inservible la acción de control.

En un sentido físico, estos modos antirresonantes se explican analizando la respuesta del campo a caudal constante de aceite ante variaciones senoidales en la radiación solar. Si se consideran despreciables las pérdidas térmicas ambientales y la capacidad térmica de la tubería, la variación en la temperatura de uno de los lazos del campo,  $\Delta T_0$ , se puede expresar como la integral de la energía acumulada por el aceite,  $\Delta H$ , al circular a través de la tubería:

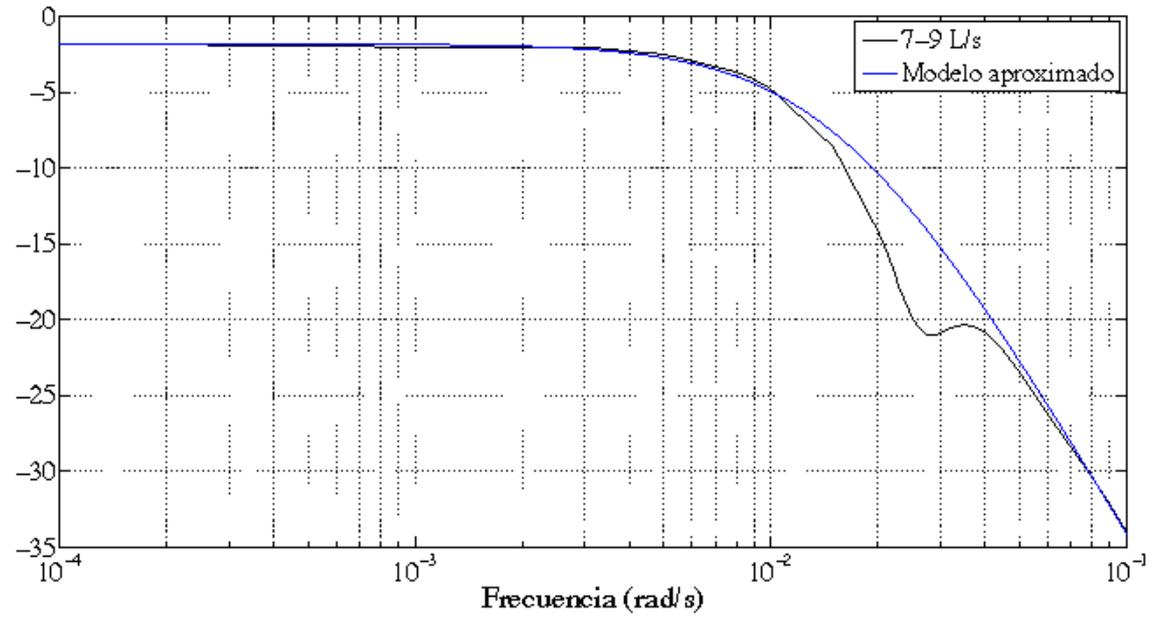
$$\Delta T_0 \approx K \int_0^{t_d} \Delta H dt \quad (6.1)$$

donde  $t_d$  es el tiempo de residencia del aceite en el campo. Si la radiación solar es una senoidal de frecuencia  $\omega$ , entonces cuando  $\omega = \frac{2n\pi}{t_d}$ , siendo  $n$  un número entero positivo, el incremento de temperatura  $\Delta T_0$  será cero y no se observarán cambios en la temperatura de salida del campo, inutilizando la acción de control. Numerosos investigadores que han experimentado en ACUREX han estudiado estos modos antirresonantes y los han tenido en cuenta a la hora de diseñar un controlador apropiado [51, 52, 121].

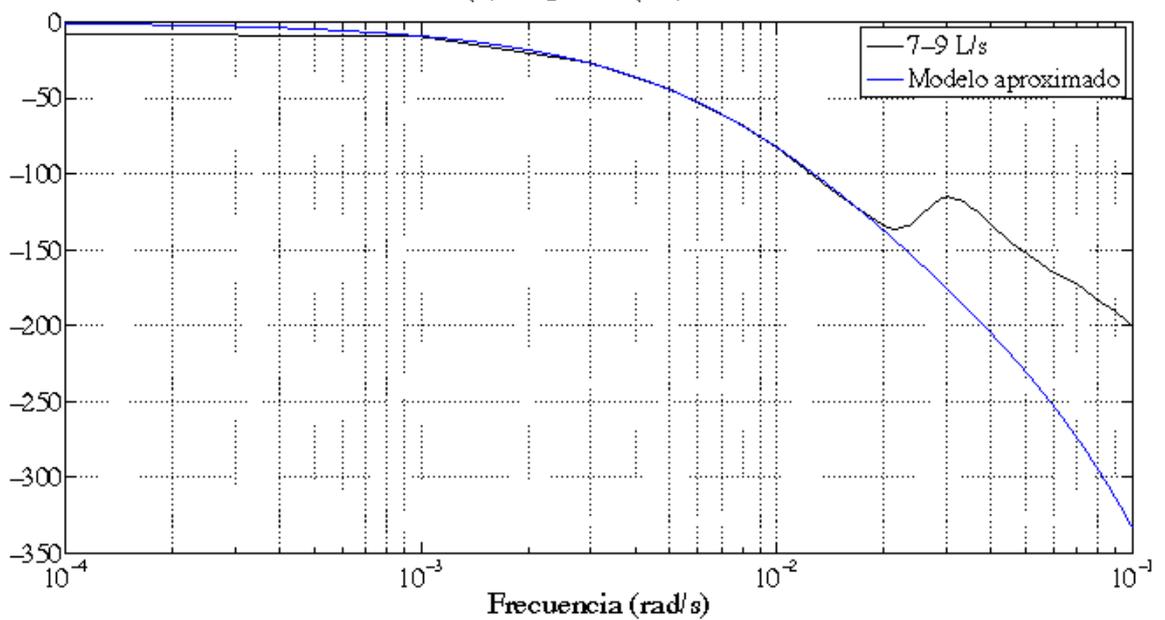
## 6.5 Sintonización de un controlador PI

Para sintonizar un controlador PI adecuado para el campo solar ACUREX, se va a usar de nuevo el método IMC, explicado en el capítulo 4. Para ello se considera que el campo de colectores va a trabajar a caudales medios, es decir, desde 7 a 9 L/s de aceite térmico. Como ya se ha explicado anteriormente, para usar el método IMC se necesita un modelo del proceso, que en este caso se va a obtener mediante la aproximación de la respuesta en frecuencia de ACUREX de la figura 6.5 a un modelo de segundo orden con retardo. Esta aproximación se ha hecho ajustando los parámetros del modelo a la respuesta en frecuencia del campo de caudal 7-9 L/s usando el diagrama de Bode de la figura 6.6. El modelo obtenido de esta aproximación se expresa mediante la siguiente función de transferencia:

$$P_{7-9 \text{ L/s}} = \frac{0.81}{(80s + 1)(50s + 1)} e^{-30s} \quad (6.2)$$



(a) Magnitud (dB)



(b) Fase (°)

Figura 6.6: Aproximación de las respuestas en frecuencia del campo solar ACUREX

Sin embargo, este modelo es de segundo orden y para sintonizar un controlador PI con el método IMC se necesita aproximar el proceso a un modelo de primer orden con retardo. Para esto, se va a usar el proceso de aproximación explicado en el capítulo 4, de manera que identificando  $\tau_{10} = 80$ ,  $\tau_{20} = 50$  y  $h_0 = 30$ , con (4.36) y (4.37) se obtiene el siguiente modelo de primer orden con retardo:

$$\tilde{P}_{7-9 \text{ L/s}} = \frac{0.81}{105s + 1} e^{-55s} \quad (6.3)$$

Usando los parámetros de este modelo y las relaciones (4.28) y (4.29) se han calculado las siguientes constantes del controlador PI:  $k_p = 1.18$  y  $\tau_i = 105$  s. Con este controlador PI sintonizado con IMC, PI-IMC, se ha simulado la respuesta del campo solar ACUREX con el *software* [24]. En esta simulación se han usado como datos de entrada datos reales de temperatura de entrada del aceite, temperatura ambiente y radiación solar correspondientes al día 30 de noviembre del año 2007.

En la figura 6.7 se han representado tanto la temperatura del aceite térmico a la salida del campo solar como el caudal necesario para alcanzar la temperatura de referencia cuando ésta cambia en escalones de  $10^\circ\text{C}$ . Además se puede observar como con el paso de una nube sobre las 14:10h, la radiación solar cae bruscamente. Esta caída se considera como una perturbación en el sistema de control. En la figura 6.7b se observa que el caudal de aceite se mantiene entre los valores 7 y 9 L/s, por lo que el sistema opera en los rangos de caudal considerados en la sintonización del controlador PI-IMC. Este controlador proporciona una respuesta bastante rápida, con un tiempo de subida de dos minutos y medio, y con un *overshoot* bastante alto, del 17% en los mejores casos y del 47% en el rechazo de la perturbación.

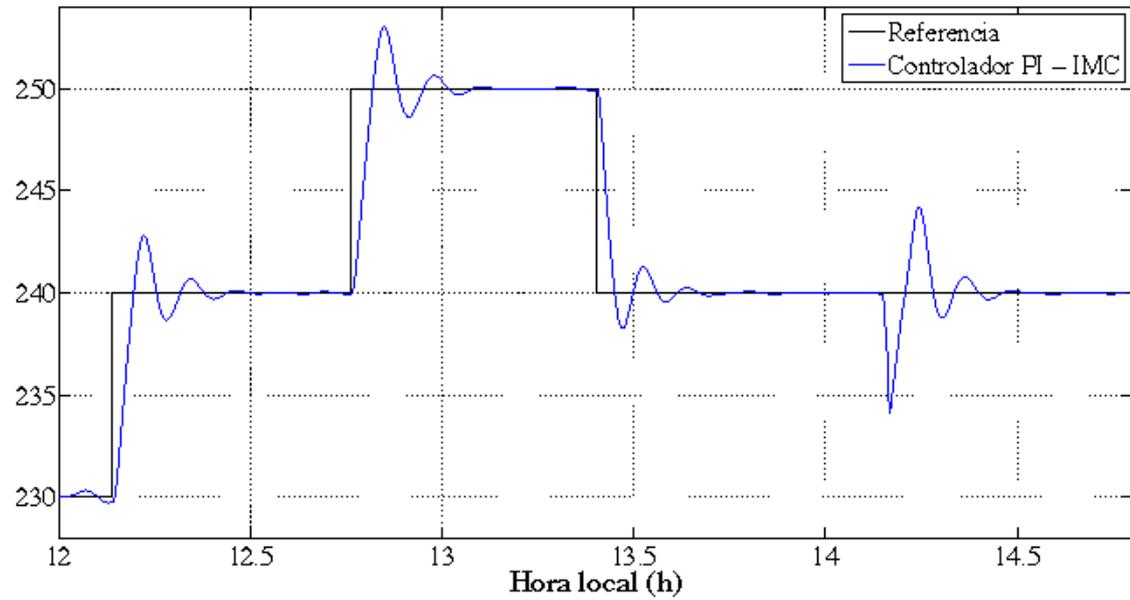
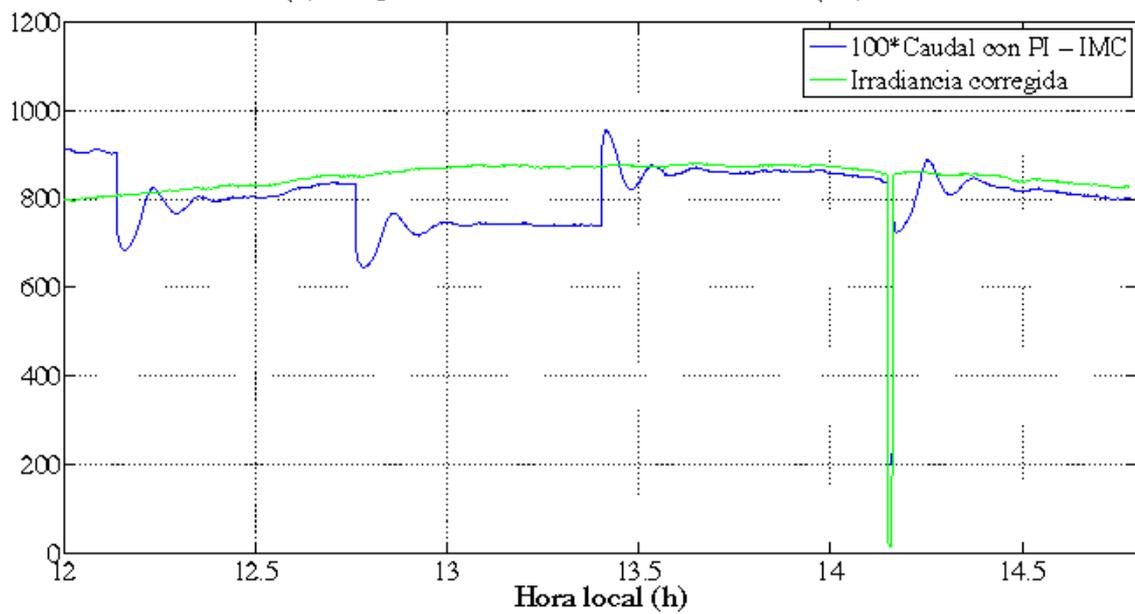
(a) Temperatura de salida del aceite térmico ( $^{\circ}\text{C}$ )(b) Caudal del aceite ( $\text{L}/\text{s}$ ) e irradiancia corregida ( $\text{W}/\text{m}^2$ )

Figura 6.7: Simulación del campo solar ACUREX (PI-IMC)

## 6.6 Sintonización de un controlador PI+CI

Como ya se ha explicado, para sintonizar un controlador PI+CI primeramente hay que sintonizar un controlador PI lineal para usarlo como controlador base,  $C_{base}$ . En el capítulo 4, este controlador base se desintonizaba de una u otra manera para conseguir una respuesta rápida sin importar el *overshoot*. Sin embargo en este caso esta desintonización no va a ser necesaria pues el controlador PI-IMC es lo más rápido que se puede ser sin excitar los modos antirresonantes del campo ACUREX. En la figura 6.8 se ha representado la incertidumbre del campo solar ACUREX cuando se encuentra controlado por el controlador PI-IMC. En ella se confirma que el ancho de banda está tan cerca de los modos antirresonantes que sintonizar otro controlador lineal para obtener una respuesta más rápida conllevaría la excitación de los modos antirresonantes.

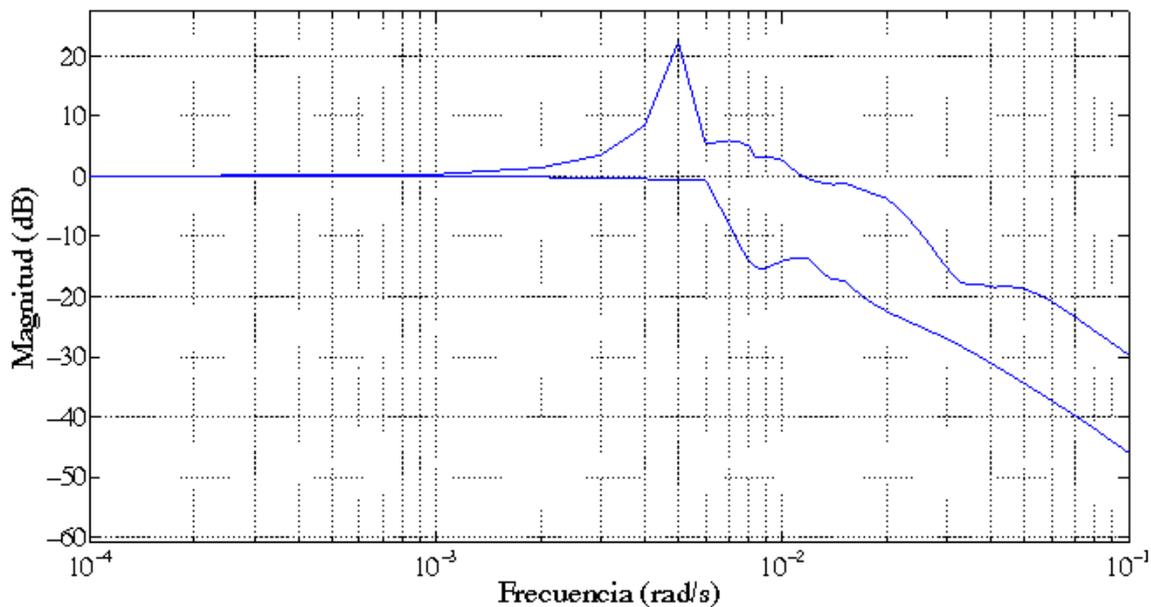


Figura 6.8: Incertidumbre del campo solar ACUREX (PI-IMC)

Por tanto, va a ser el controlador PI-IMC el que se va a usar como el controlador base lineal del PI+CI.

### 6.6.1 Coeficiente de reset original

En primer lugar se va a sintonizar un controlador PI+CI con coeficiente de reset fijo,  $p_{reset}$ , usando las constantes del controlador PI-IMC. Como la respuesta del campo con este controlador lineal tiene un *overshoot* importante, se decide fijar un

valor medio del coeficiente de reset,  $p_{reset} = 0.4$ .

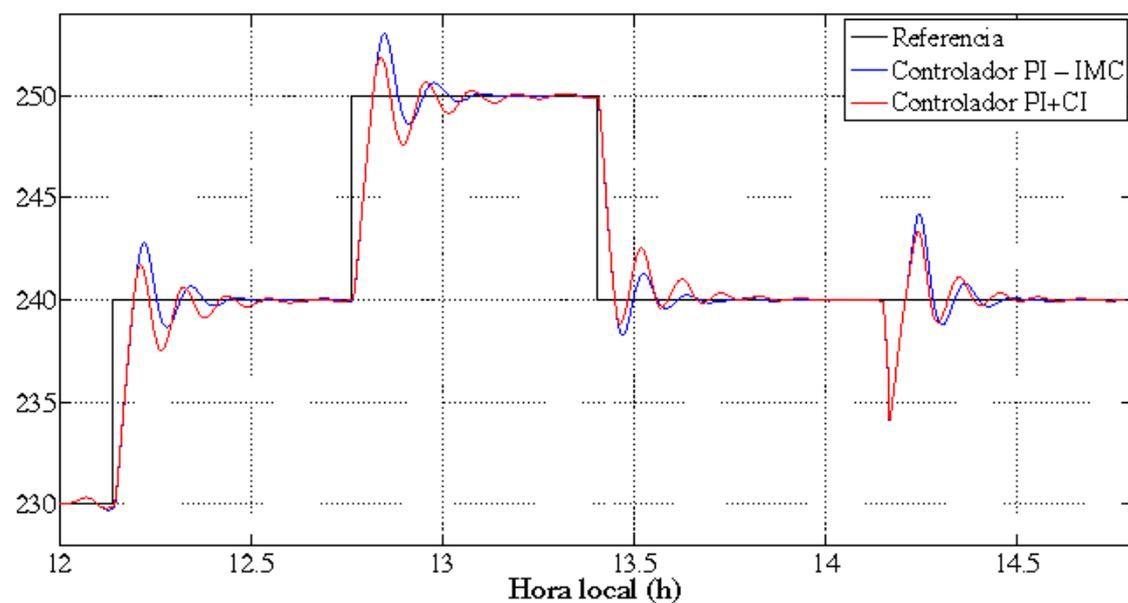
En la figura 6.9 se ha repetido el mismo ensayo que para el controlador PI-IMC, con los mismos datos de entrada y las mismos cambios en la temperatura de referencia. En ella se observa que la respuesta del campo con el controlador PI+CI con  $p_{reset} = 0.4$  es igual de rápida que la lineal y además con menor *overshoot*. Sin embargo, esta mejora de la respuesta conlleva un inconveniente: la aparición de unos *undershoots* excesivamente grandes.

En el capítulo 5 se estudió que estos *undershoots* eran consecuencia de que el coeficiente de reset era demasiado alto en algunos instantes de reset. Este hecho nos lleva a pensar que el valor del coeficiente de reset debería variar en función de la dinámica del sistema, debiendo usar un coeficiente de reset relativo.

### 6.6.2 Coeficiente de reset relativo

En el capítulo anterior se estudiaron los beneficios de variar el coeficiente de reset en función de la dinámica del sistema de control. Para ello se sintonizó un coeficiente de reset relativo, (5.9), cuyo valor dependía en todo momento de la derivada del error, dando buenos resultados en las simulaciones llevadas a cabo. Este concepto de coeficiente de reset relativo se va a aplicar al simulador del campo solar ACUREX para comprobar si es capaz de proporcionar una respuesta con una velocidad similar pero con mucho menos *overshoot* y *undershoot*.

Como es habitual en la sintonización del controlador PI+CI, éste tendrá los mismos parámetros que el controlador PI-IMC, es decir  $k_p = 1.18$  y  $\tau_i = 105$  s. Por otro lado, el coeficiente de reset relativo  $\hat{p}_{reset}(t)$  se va a sintonizar fijando valores de  $p_{reset}^0$  y  $\tau_d$ . En este caso el coeficiente de reset base se fija como  $p_{reset}^0 = 0.2$ . Para sintonizar la constante de tiempo derivativa, se va a usar la expresión (5.10), por la cual se necesita conocer los valores de  $p_{reset}^0$ , del tiempo de subida de la respuesta lineal, del cambio en la referencia y de la constante  $\kappa \in (0, 3]$ . En este caso, el tiempo de subida es de 144 segundos para la respuesta proporcionada por el controlador lineal y el cambio de referencia va a consistir en escalones de 10°C. Como  $p_{reset}^0$  se ha fijado en 0.2, el único parámetro que queda por fijar es  $\kappa$ .



(a) Temperatura de salida del aceite térmico (°C)

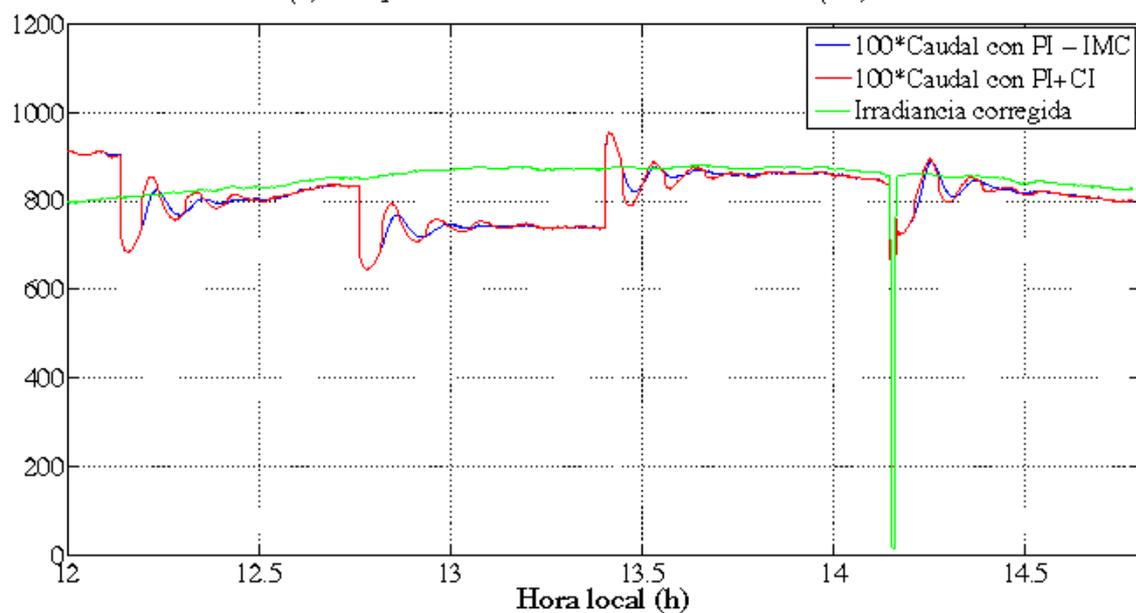
(b) Caudal del aceite (L/s) e irradiancia corregida (W/m<sup>2</sup>)

Figura 6.9: Simulación del campo solar ACUREX (PI-IMC y PI+CI-IMC)

En la sección anterior se vió que la acción de reset influía bastante sobre la respuesta del campo solar, por lo que para que los cambios del coeficiente de reset no sean muy grandes se ha decidido fijar la constante  $\kappa$  en un valor pequeño,  $\kappa = 0.1$ . Por tanto con estos valores se obtiene  $\tau_d = 0.28$  s, tal que el coeficiente de reset relativo se expresa como:

$$\hat{p}_{reset}(t) = 0.2 + 0.28 \frac{de(t)}{dt} \text{sign}(e(t)) \quad (6.4)$$

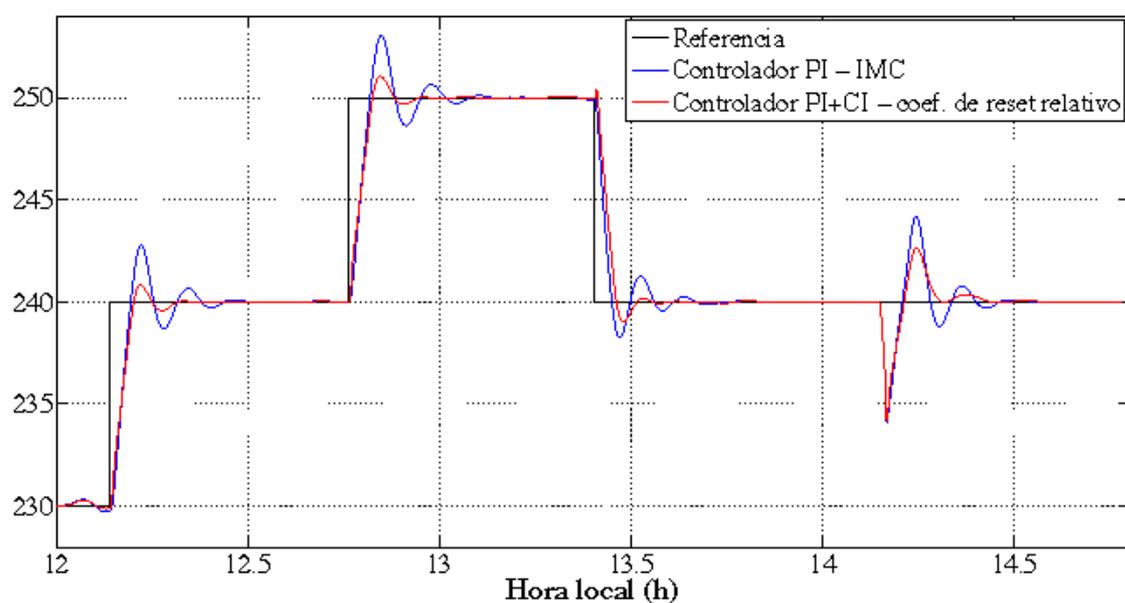
En la figura 6.10 se han comparado las respuestas del campo solar ACUREX cuando se usa el controlador PI-IMC y el controlador PI+CI con coeficiente de reset de relativo (6.4). En ella se puede observar cómo al usar un coeficiente de reset relativo en el controlador PI+CI la temperatura del aceite térmico a la salida del campo alcanza la temperatura de referencia con una velocidad similar a la del controlador lineal, pero con un transitorio más corto y unos *overshoots* y *undershoots* mucho menores. Cuando se produce la perturbación provocada por el paso de una nube, el controlador PI+CI también responde con un *overshoot* menor y un tiempo de asentamiento menor que el de la respuesta lineal.

Por otro lado, para comprobar cómo varía el coeficiente de reset relativo en este ensayo se ha representado la figura 6.11. En ella se comprueba que el valor del coeficiente de reset relativo varía muy poco, desde el 0.18 hasta el 0.22. Sin embargo esta pequeña variación hace que el transitorio de la respuesta mejore notablemente.

Por último, para corroborar la mejora introducida por el coeficiente de reset relativo, en la tabla 6.1 se han calculado los valores IAE e ITAE para ambos controladores.

	Referencia		Perturbación	
	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )	IAE (s)	ITAE (s <sup>2</sup> )
PI-IMC	1.49	50600	0.44	3550
PI+CI con $\hat{p}_{reset}$	1.15	3310	0.33	2630

Tabla 6.1: Índices de *performance* (campo solar ACUREX)



(a) Temperatura de salida del aceite térmico (°C)

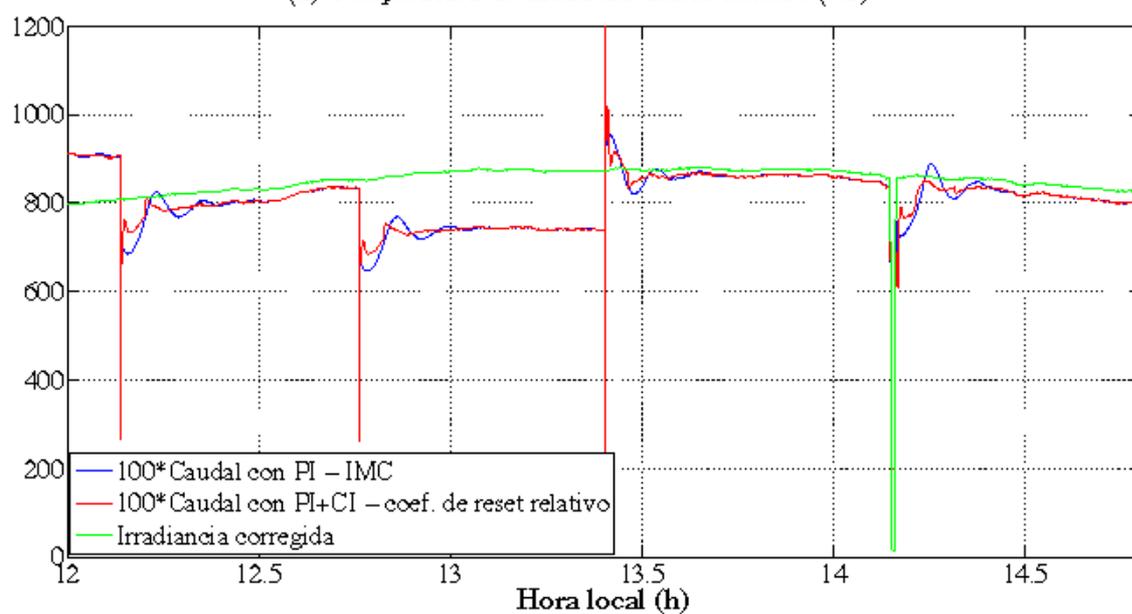
(b) Caudal del aceite (L/s) e irradiancia corregida (W/m<sup>2</sup>)

Figura 6.10: Simulación del campo solar ACUREX (PI-IMC y PI+CI-IMC con  $\hat{p}_{reset}$ )

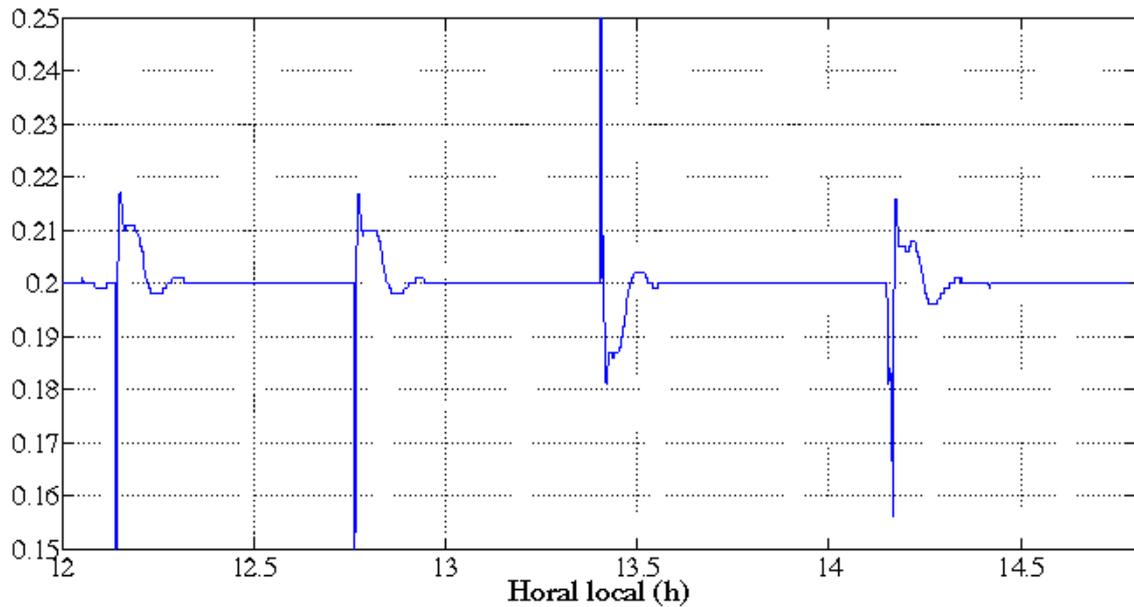


Figura 6.11: Coeficiente de reset relativo (campo solar ACUREX)

Con los valores de la tabla 6.1 se puede concluir que en el campo solar ACUREX el controlador PI+CI con coeficiente de reset relativo proporciona una respuesta con un transitorio más corto y con menos *overshoots* y *undershoots* que la dada por el controlador PI sintonizado con el método IMC.



# El controlador PI+CI en la industria conservera

---

Tras aplicar en el capítulo anterior el controlador PI+CI a un campo solar de colectores distribuidos, en este capítulo se va a aplicar a los tratamientos térmicos que se llevan a cabo en la industria conservera. En primer lugar se va a describir detalladamente el equipo en el que se van a llevar a cabo los tratamientos térmicos, esto es, un intercambiador de calor industrial. Después, se sintonizará un controlador PI+CI y se comparará su respuesta con la de un controlador PI sintonizado con el método de control del modelo interno. De esta comparación, se va a deducir que para mejorar la respuesta del sistema, y con ello la eficiencia del tratamiento térmico, se va a aplicar al controlador PI+CI las modificaciones explicadas en el capítulo 5. Finalmente, se llegará a la conclusión de que el controlador PI+CI con banda de reset variable y coeficiente de reset relativo proporciona una respuesta óptima, es decir, rápida y sin nada de *overshoot* ni *undershoot* para todos los cambios de referencia considerados.

## 7.1 Tratamiento térmico en la industria conservera

En todas las industrias dedicadas a la conservación de alimentos es primordial recurrir a un tratamiento térmico para reducir la presencia de microorganismos en el alimento. Los objetivos principales que se persiguen al aplicar un tratamiento térmico sobre un alimento son por un lado destruir los microorganismos que puedan afectar a la salud del consumidor y que puedan alterar las propiedades del alimento, y por otro lado, inhibir la actividad enzimática presente en el alimento, todo ello sin alterar las cualidades organolépticas y nutritivas del alimento. Para conseguir

estos objetivos, en los tratamientos térmicos se recurre a la aplicación de calor sobre el alimento mediante procesos de transferencia de calor.

Además de en los tratamientos térmicos de alimentos, los procesos de transferencia de calor se usan en un gran número de plantas de producción industrial, tales como en la generación de energía, en la fabricación de productos químicos y en procesos de refrigeración. El principio básico del intercambio térmico es muy sencillo, pues consiste tan solo en poner en contacto dos fluidos a diferentes temperaturas a través de una superficie conductiva, como puede ser la pared de una tubería metálica, de manera que el calor se transfiere desde el fluido más caliente hasta el más frío, hasta que ambos alcanzan la misma temperatura.

La fuerza conductora del proceso de transferencia de calor es la diferencia de temperaturas que existe entre los fluidos caliente y frío, de manera que cuanto mayor sea esta diferencia mayor será la velocidad con la que el calor se transferirá de un fluido a otro. Por tanto, la velocidad de transferencia de calor,  $q$  en kcal/h, se expresa mediante la siguiente ecuación:

$$q = U A \Delta T \quad (7.1)$$

donde  $A$  es el área disponible para el intercambio térmico en  $m^2$ ,  $\Delta T$  es la diferencia de temperatura entre el fluido frío y el caliente,  $^{\circ}C$ , y  $U$  es el coeficiente global de intercambio térmico, kcal/ $^{\circ}Cm^2$ .

Normalmente, en los procesos industriales esta transferencia de calor se realiza en intercambiadores de calor, que pueden adoptar diferentes configuraciones según las condiciones de la planta y la aplicación a llevar a cabo. Sin embargo en todas las configuraciones el fluido a calentar circula por el tubo o tubos interiores, mientras que el fluido caliente o auxiliar lo hace por los espacios anulares que quedan entre el tubo o tubos interiores y la carcasa o tubo exterior. El principal objetivo en el control de un intercambiador de calor es el de hacer que la temperatura de salida del fluido que fluye por su interior alcance un determinado valor de la referencia. Para ello, se pueden adoptar al menos dos esquemas de control: en uno se usa el flujo del fluido auxiliar como señal de control, mientras que en el otro se usa la velocidad de flujo del fluido a calentar.

En ambos esquemas de control, se necesita modelar la dinámica del intercambiador de calor, lo cual no es una tarea fácil debido a la presencia de incertidumbres. Estas incertidumbres son potencialmente grandes, ya que en el intercambiador de

calor se van a tratar diferentes productos a distintos puntos de operación dependiendo del tratamiento térmico específico necesario. Por ello, un controlador diseñado para trabajar de manera eficiente en un solo punto de operación degrada considerablemente el comportamiento del proceso al cambiar las condiciones de operación. Para tener en cuenta todos los puntos de operación posibles, en este capítulo se va a usar QFT para diseñar un controlador reseteado robusto. Con ello se demostrará que los beneficios de la acción de reset se pueden usar en procesos industriales tan usados en la industria conservera como son los intercambiadores de calor.

## 7.2 Descripción de la planta piloto

Para controlar la temperatura de salida de un intercambiador de calor se va a usar uno integrado en una planta piloto, específicamente diseñada para los tratamientos térmicos de los alimentos en la industria conservera. En la figura 7.1 se muestra una fotografía de esta planta piloto.



Figura 7.1: Planta piloto

En concreto, el intercambiador de calor de esta planta piloto es un HRS UNICUS de 3 metros de longitud de doble tubo con flujo en paralelo. Es decir, el producto fluye por el tubo interior del intercambiador, mientras que por el espacio anular que hay entre el tubo interior y la carcasa del intercambiador fluye en paralelo el fluido auxiliar. Además, tanto dentro de la carcasa como dentro del tubo interior se encuentra un conjunto de barras rascadoras con el fin de mezclar el fluido y con ello aumentar la transferencia de calor. Estos rascadores también ayudan a eliminar los restos de alimentos de las paredes de los tubos haciendo las tareas de limpieza mucho más fáciles.

En esta planta piloto, el producto se encuentra almacenado en un tanque a partir del cual se bombea hasta la entrada del tubo interior del intercambiador de calor por medio de una bomba industrial helicoidal. Las temperaturas de entrada,  $T_e$ , y de salida,  $T_s$ , del producto se miden con dos sondas de temperatura situadas en la entrada y salida del intercambiador de calor.

Para calentar el producto dentro del intercambiador se usa el calor desprendido en la condensación del vapor de agua que circula por el lado de la carcasa. Este vapor de agua saturado se genera en una caldera eléctrica de 12 kW de potencia que proporciona a la planta piloto una corriente de vapor de agua de 16 kg por hora a una presión que oscila entre 4.3 y 5 bares. Estas variaciones de la presión en la caldera eléctrica se transmitiran como pequeñas oscilaciones en la señal de temperatura de salida, de manera que desde el punto de vista de control se van a tomar como si fueran perturbaciones, *d*.

En cuanto al control del intercambiador de calor, la temperatura de salida del producto se va a regular mediante la cantidad de vapor de agua saturado que entra en la carcasa. Para ello, la planta piloto cuenta con una válvula de control electroneumática cuya apertura, expresada en %, se usa como señal de control. En la figura 7.2 se puede ver una fotografía de esta válvula de control.

Las sondas de temperatura están conectadas a través de un autómata ABB a un sistema de adquisición de datos, donde se encuentra instalado el SCADA de ABB para monitorizar y controlar el proceso. A partir de estos valores de temperatura, el sistema de control proporciona los valores correspondientes de la apertura de la válvula de control para alcanzar la temperatura de referencia deseada. En la figura 7.3 se ha representado un esquema del funcionamiento del sistema de adquisición de datos y de control.



Figura 7.2: Válvula de control electroneumática

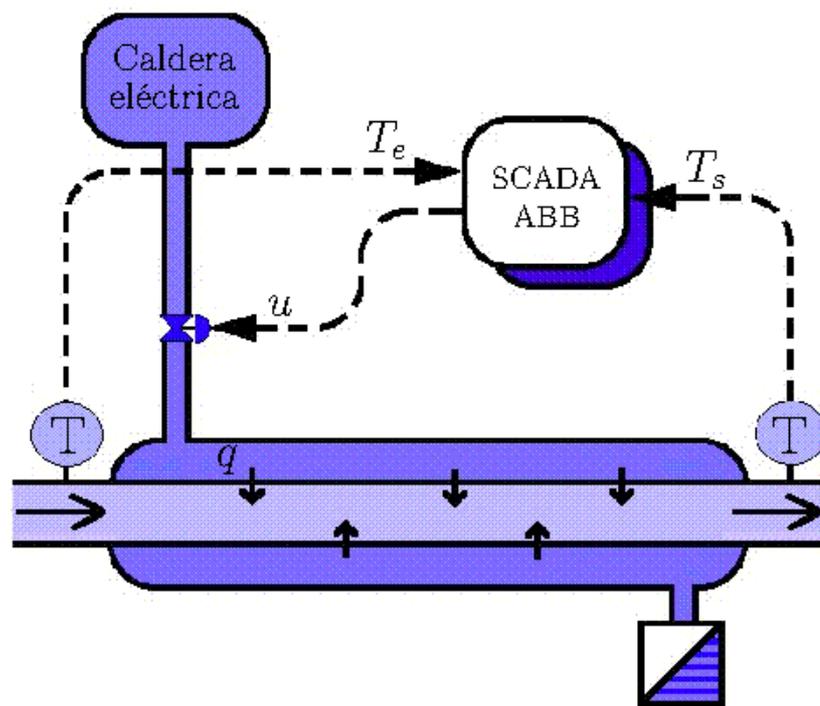


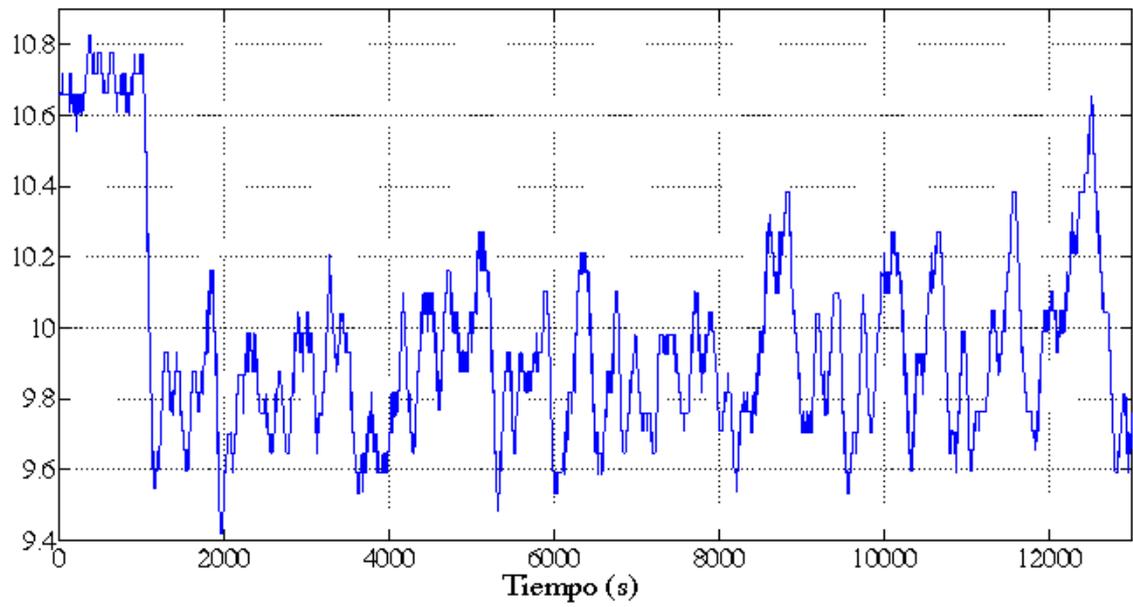
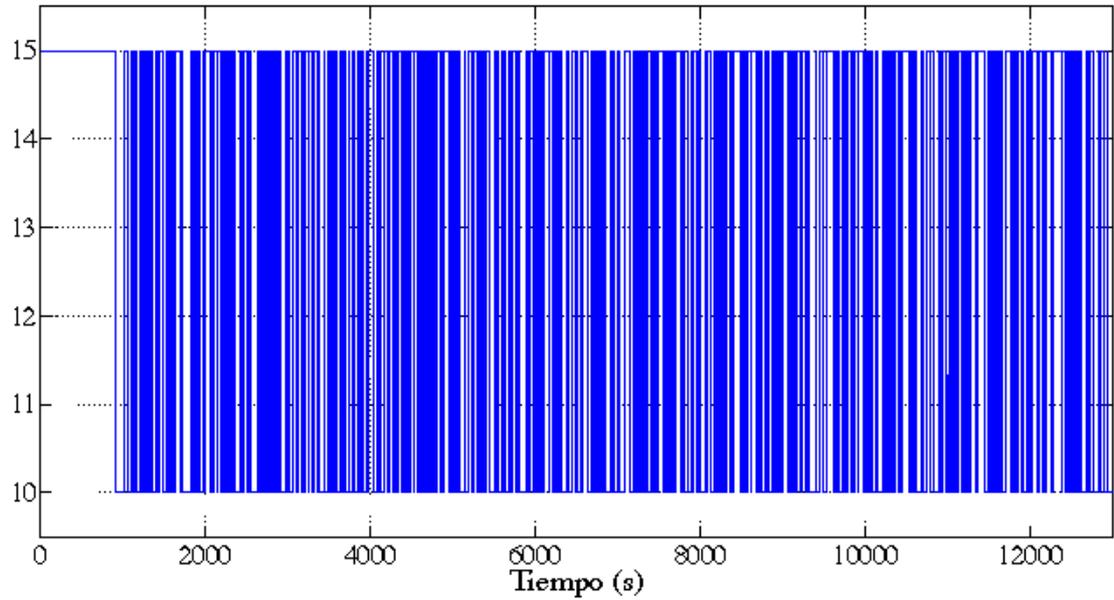
Figura 7.3: Esquema de adquisición de datos

### 7.3 Modelado del intercambiador de calor

Para modelar el intercambiador de calor industrial, en este trabajo se usa como producto un caudal de agua constante de 250L/h. La identificación se ha hecho por medio de experimentos PRBS (secuencia binaria pseudoaleatoria) y por medio de su respuesta ante escalones en la señal de control.

Los experimentos PRBS [106] consisten en hacer diferentes experimentos usando diferentes señales de control como señal de entrada, la cual tiene un espectro con componentes significativos en algunas regiones de interés. Los datos obtenidos en las diferentes respuestas se usan para obtener un modelo paramétrico con incertidumbre. Los experimentos PRBS que se han llevado a cabo en este trabajo se han hecho abriendo la válvula de control desde el 10% hasta el 25% y cerrándola de nuevo hasta el 10% en escalones 5%. La válvula de control se ha abierto solamente hasta el 25% para evitar una caída en la presión de la caldera eléctrica, pues esta caída de presión provocaría una disminución de la cantidad de vapor disponible y por tanto una caída en la temperatura de salida. Un ejemplo de un experimento PRBS se puede ver en la figura 7.4 para un valor de apertura de la válvula de entre 10 y 15%.

Además, también se han obtenido los modelos del intercambiador de calor por medio de la curva de reacción, con la que la respuesta del intercambiador de calor se aproxima a un modelo de primer orden con retardo ante cambios en la apertura de la válvula. De nuevo, con un caudal constante de producto, 250 L/h de agua, se varía manualmente la apertura de la válvula de control en escalones del 5% de magnitud, para los cuales se registran los valores de temperatura medidos por los sensores,  $T_e$  y  $T_s$ . Con estos valores se calculan los incrementos de temperatura al que se ve sometido el producto en el interior del intercambiador,  $\Delta T = T_s - T_e$ , ante los distintos cambios en escalón de la apertura de la válvula,  $\Delta u$ . En estos ensayos, al igual que en los experimentos PRBS, la válvula de control se ha abierto desde el 10% hasta el 25% en escalones de 5%; y después se ha cerrado de nuevo hasta 10%, tal y como se observa en la figura 7.5.

(a) Incremento de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )

(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.4: Experimento PRBS

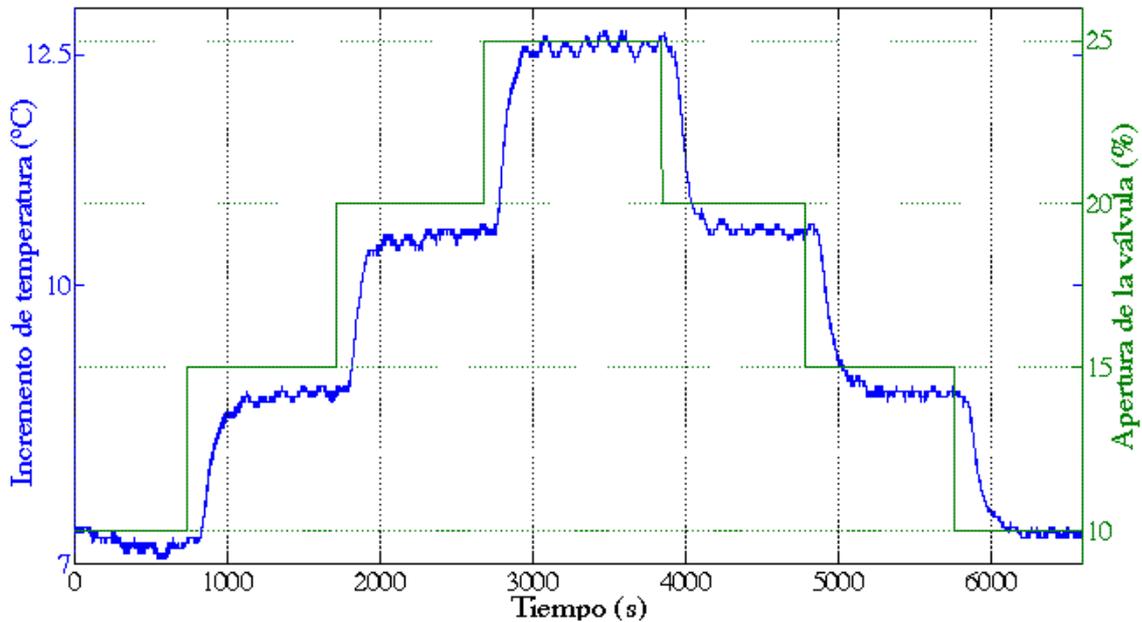


Figura 7.5: Identificación del intercambiador de calor

Con todos estos ensayos de modelado, el intercambiador de calor se ha representado por medio de un conjunto de modelos de primer orden con retardo:

$$P_{a-b\%}(s) = \frac{k_{a-b\%}}{\tau_{a-b\%}s + 1} e^{-h_{a-b\%}s} \quad (7.2)$$

Para cada cambio en la apertura de la válvula, desde el  $a\%$  hasta el  $b\%$ , se obtiene un modelo del intercambiador de calor, dados en la tabla 7.1. La incertidumbre del intercambiador de calor se puede expresar de forma paramétrica como  $k_{a-b\%} \in [0.31, 0.40]$ ,  $\tau_{a-b\%} \in [80, 114]$  s y  $h_{a-b\%} \in [50, 88]$  s.

Planta $P_{a-b\%}$	Ganancia $k_{a-b\%}$	Constante de tiempo $\tau_{a-b\%}$ (s)	Retardo $h_{a-b\%}$ (s)
$P_{10-15\%}$	0.32	87	88
$P_{15-20\%}$	0.35	82	83
$P_{20-25\%}$	0.40	80	73
$P_{25-20\%}$	0.40	89	64
$P_{20-15\%}$	0.35	87	76
$P_{15-10\%}$	0.31	114	50

Tabla 7.1: Modelos del intercambiador de calor

## 7.4 Sintonización del controlador PI

Para obtener una respuesta rápida sin *overshoot* en todas las condiciones de operación modeladas se va a sintonizar un controlador PI usando el método IMC. Se ha escogido este método porque además de ser muy sencillo proporciona controladores bastante robustos. Para ello, se considerará el esquema de control de la figura 7.6, en el cual se tiene en cuenta el ruido que introduce los sensores en las señales medidas.

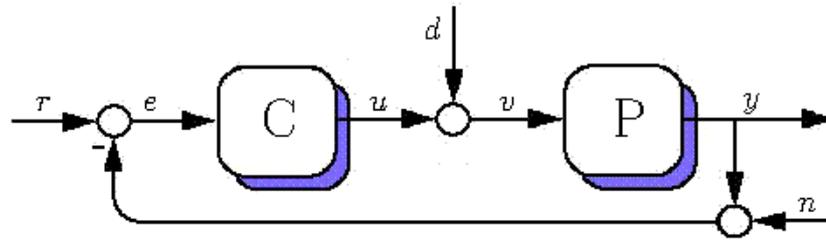


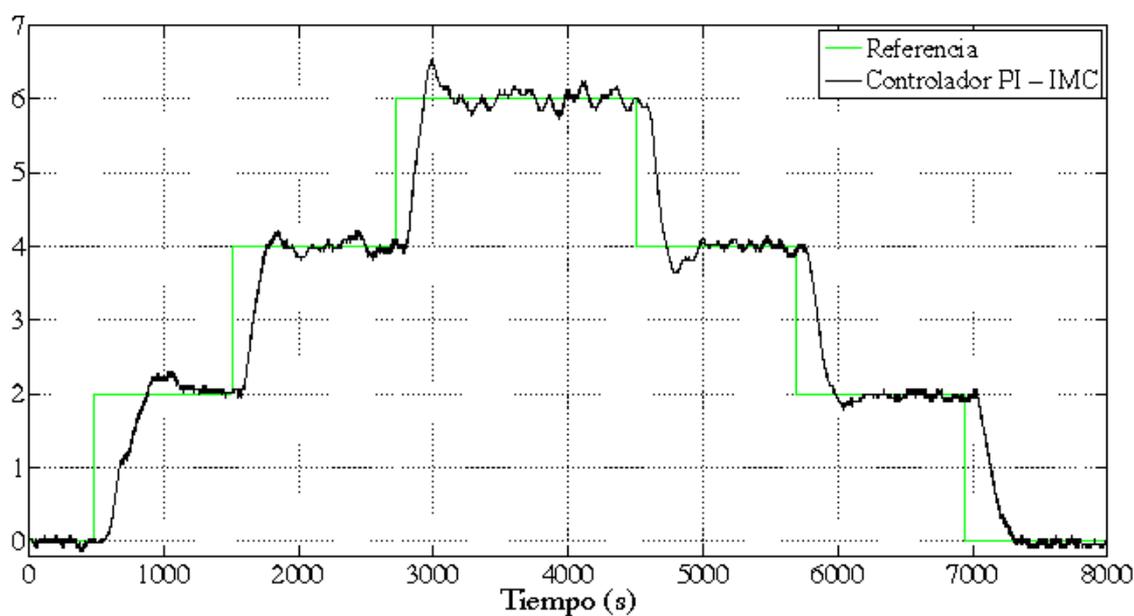
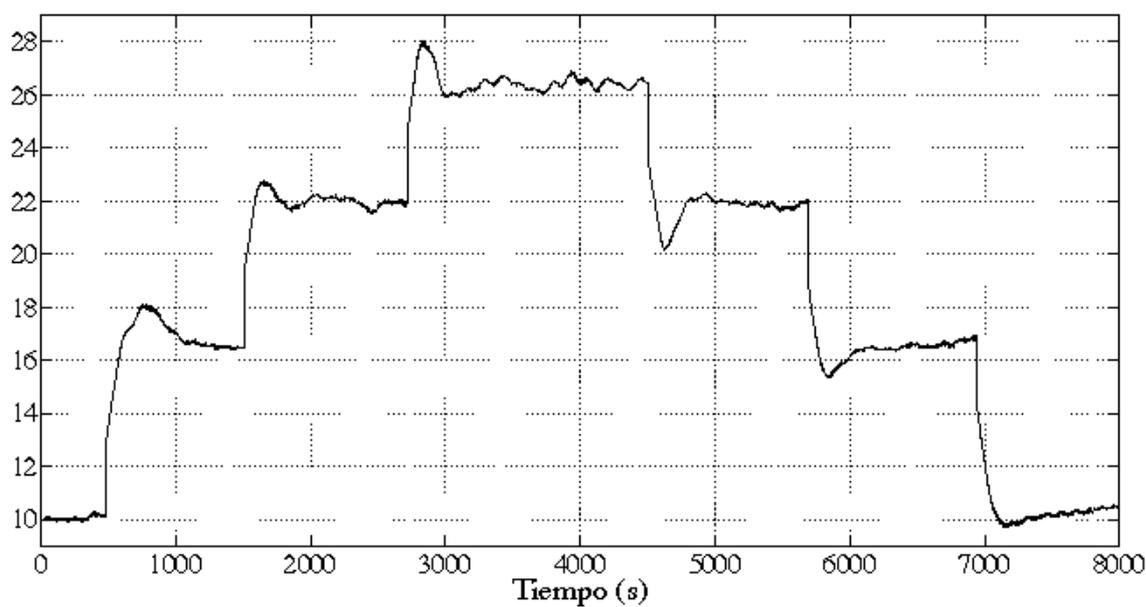
Figura 7.6: Esquema de control del intercambiador de calor

Según los valores de sus parámetros, tabla 7.1, el modelo del intercambiador de calor tiene retardo dominante, de manera que se van a usar las relaciones (4.28) y (4.29) para calcular las constantes del controlador PI. Para ello, se escoge como modelo nominal aquel en el que la válvula se abre desde el 15% hasta el 20%:

$$F_{15-20\%} = \frac{0.35}{82s + 1} e^{-83s} \quad (7.3)$$

Con este modelo se obtienen los siguientes parámetros del controlador PI-IMC:  $k_p = 1.41$  y  $\tau_i = 82$  s. Para comprobar la robustez de este controlador, en la figura 7.7 se han representado los incrementos de temperatura que se producen en el intercambiador de calor para varios cambios en la temperatura de referencia.

De esta figura y de los valores de los tiempos de subida y de los *overshoot* máximos, tabla 7.2, se puede asumir que la respuesta que proporciona el controlador PI es bastante buena, pues además de ser rápida, apenas tiene *overshoot*.

(a) Incremento de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )

(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.7: Tratamiento térmico (PI-IMC)

Referencia (°C)	Tiempo de subida (s)	Máximo <i>overshoot</i> (%)
0 - 2	233	14.45
2 - 4	129	10.15
4 - 6	106	25.85
6 - 4	98	18.25
4 - 2	138	8.55
2 - 0	206	4.45

Tabla 7.2: Tiempo de subida y *overshoot* máximo (PI-IMC)

## 7.5 Sintonización del controlador PI+CI

Precisamente el bajo *overshoot* que se obtiene con el controlador PI sintonizado con IMC, nos va a obligar a sintonizar otro controlador PI que proporcione una respuesta con mayor *overshoot* a la vez que más rápida. Como ya se explicó en el capítulo 4, el controlador PI+CI se va a usar precisamente para reducir estos *overshoots* sin alterar la velocidad de la respuesta.

### 7.5.1 Sintonización del controlador PI base lineal

Antes de sintonizar un controlador PI+CI, se debe sintonizar un controlador PI que sirva como controlador base, PI-base, ya que el proceso presenta incertidumbre, para sintonizar este controlador PI lineal se va a usar QFT siguiendo las etapas de diseño ya explicadas en el capítulo 4.

En este caso se va a ajustar el controlador PI-base siguiendo las siguientes especificaciones de diseño:

1. Un margen de fase mínimo de  $24^\circ$ . Se ha especificado este margen de fase relativamente pequeño porque el controlador PI+CI lo va a incrementar.
2. Unas especificaciones de seguimiento con mayor tiempo de subida y mayor *overshoot* que la respuesta dada con el controlador PI-IMC. Para ello se especifica un tiempo de subida comprendido entre 45 y 180 segundos, y un *overshoot* entre el 7 y el 75% de la referencia.

En primer lugar, en la figura 7.8, se han representado las plantillas del proceso (7.2) usando la incertidumbre paramétrica dada en la tabla 7.1 para un conjunto de frecuencias de trabajo que va desde 0.002 rad/s hasta 0.02 rad/s. Como modelo

nominal se ha elegido el mismo que en la sección anterior, es decir,  $P_{15-20\%}$  que corresponde a (7.3).

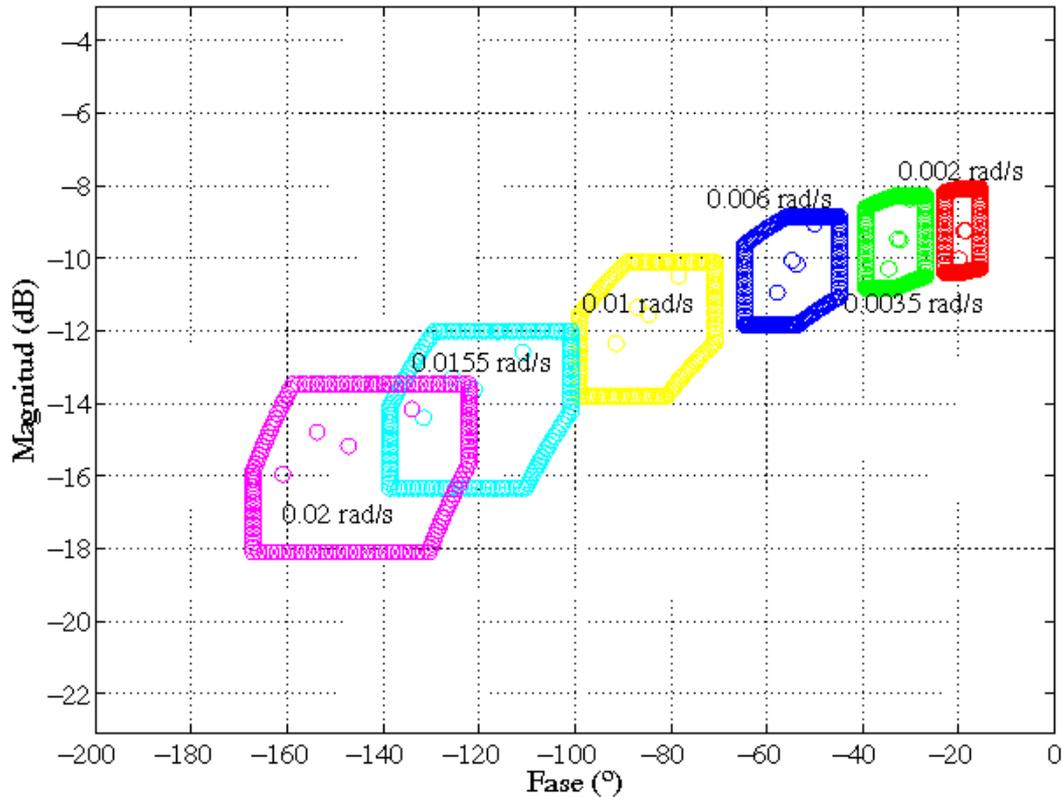


Figura 7.8: Plantillas (intercambiador de calor)

Con estas plantillas se han calculado las fronteras de las especificaciones de diseño para cada una de las frecuencias de trabajo. Posteriormente se ha ajustado el sistema nominal en lazo abierto, sintonizando un controlador PI tal que el sistema cumple tanto las fronteras de estabilidad como las de seguimiento.

En la figura 7.9, se ha representado el ajuste del lazo abierto nominal que corresponde a un controlador PI con una ganancia proporcional de  $k_p = 1.60$  y una constante de tiempo integral de  $\tau_i = 60$  s.

En la última etapa de diseño, una vez que se ha sintonizado el controlador PI-base, se ha hecho un análisis del sistema en lazo cerrado para asegurar que se cumplen las especificaciones dadas de estabilidad y de seguimiento en todas las frecuencias y no solo en las frecuencias de trabajo. Para esta validación se usa un conjunto bastante amplio de frecuencias que va desde 0.00001 hasta 100 rad/s.

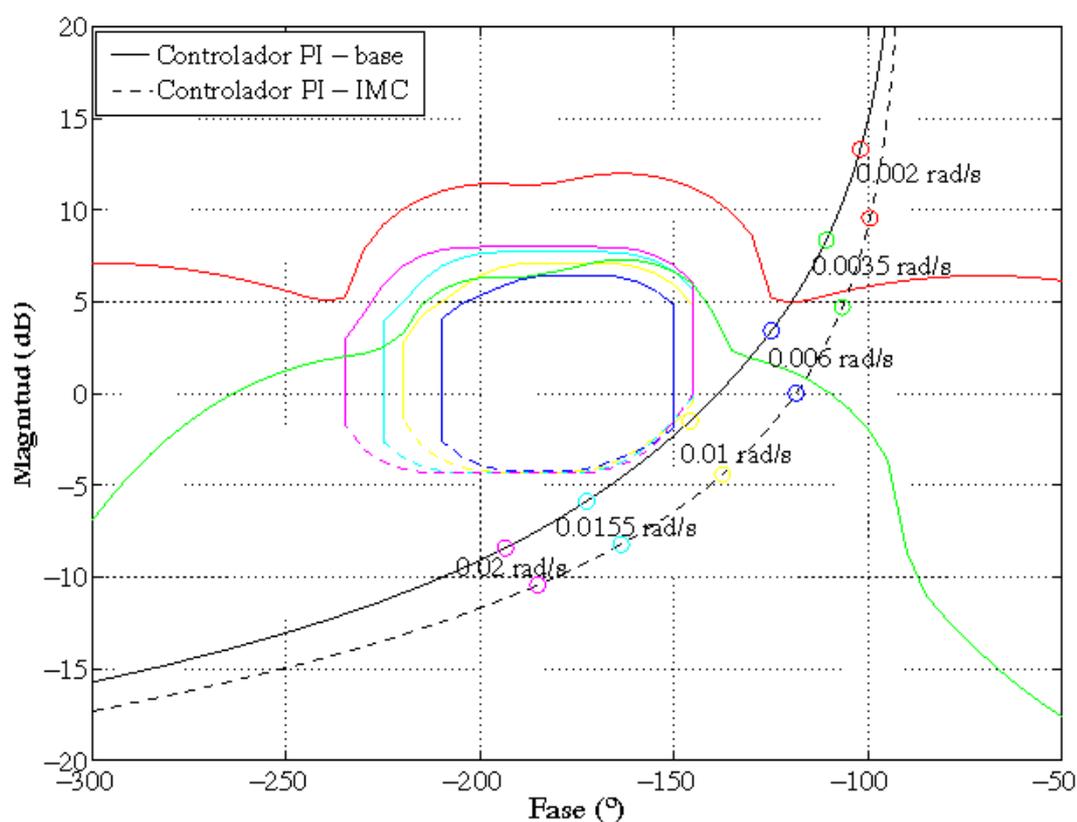
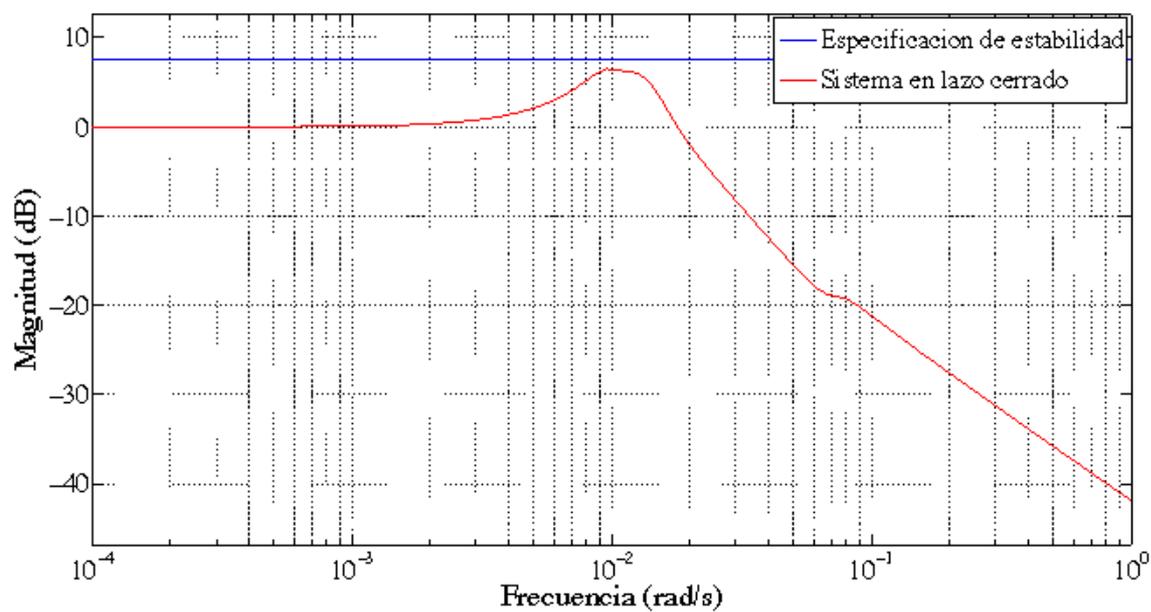
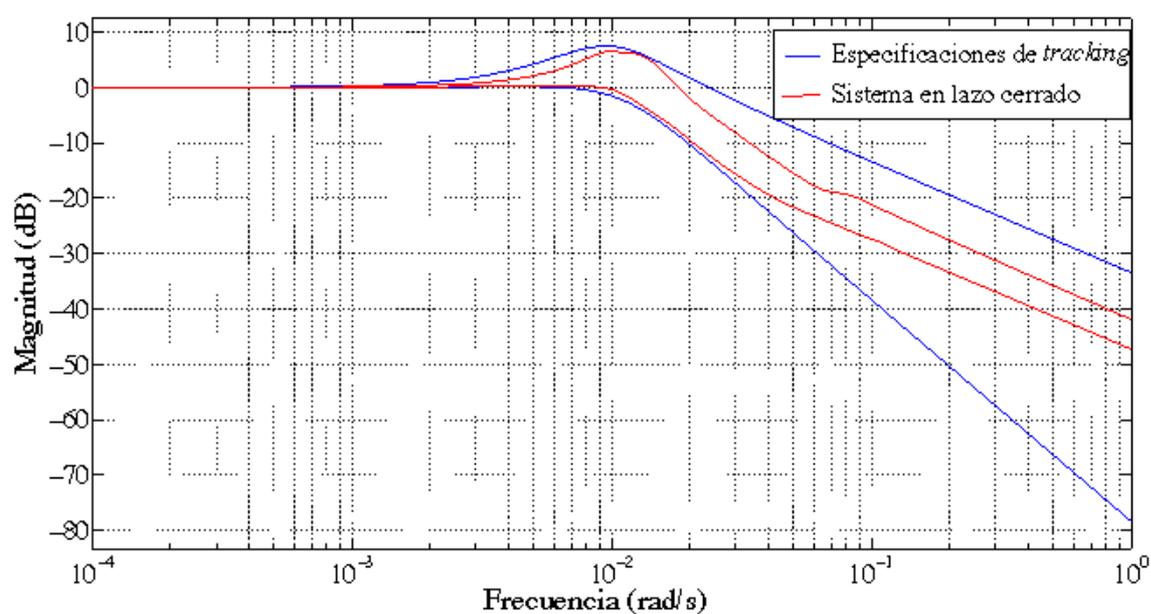


Figura 7.9: Ajuste del controlador PI base (intercambiador de calor)

En la figura 7.10a, se muestra que el sistema cumple la especificación de estabilidad para todas las frecuencias, mientras que en la figura 7.10b se muestra que también cumple las especificaciones de seguimiento dadas. Además, para comparar este controlador PI con el sintonizado por IMC se ha repetido de nuevo el ensayo anterior, figura 7.11, y se han obtenido los valores de tiempos de subida y de *overshoot* máximos de la tabla 7.3.

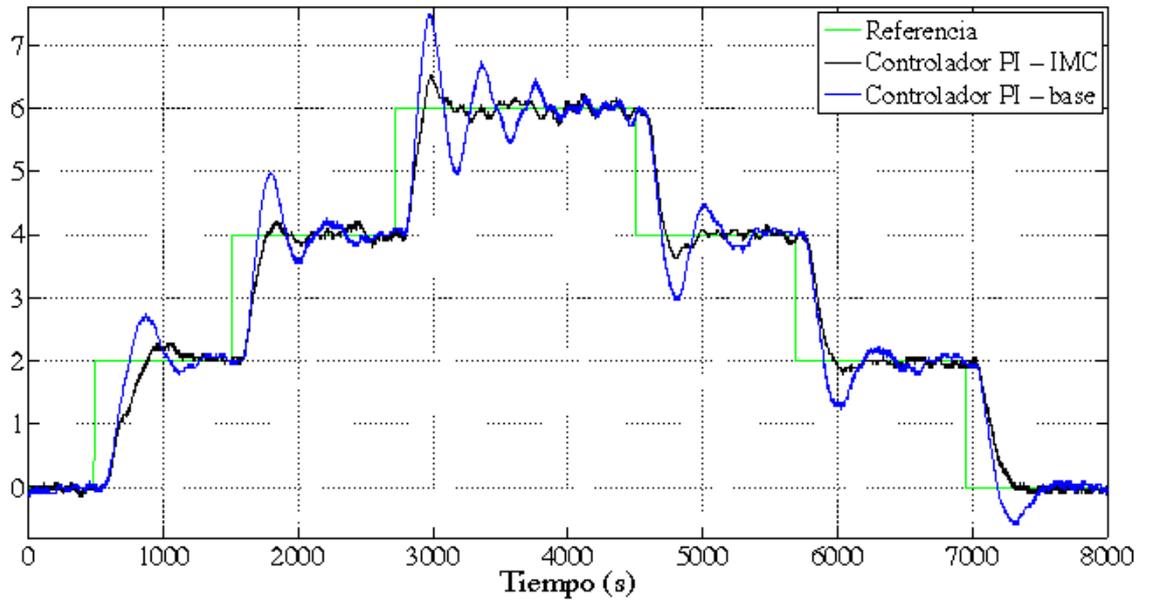


(a) Especificación de estabilidad

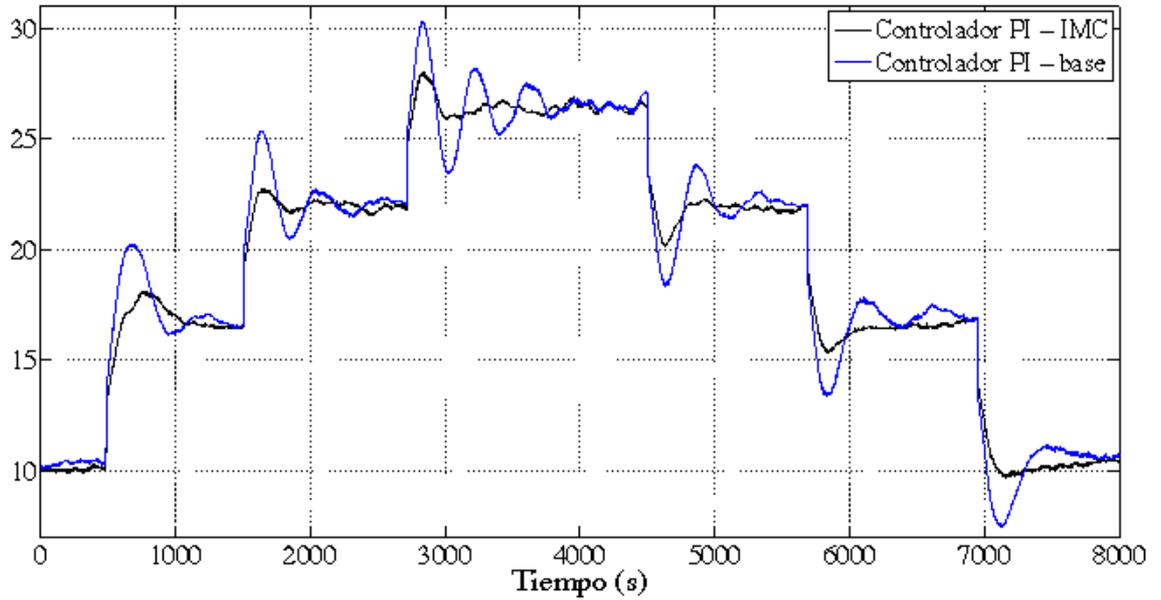


(b) Especificación de seguimiento

Figura 7.10: Análisis de especificaciones (intercambiador de calor)



(a) Incremento de temperatura (°C)



(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.11: Tratamiento térmico (PI-IMC y PI-base)

Referencia (°C)	Tiempo de subida (s)	Máximo <i>overshoot</i> (%)
0 - 2	134	34.9
2 - 4	74	47.25
4 - 6	60	74.55
6 - 4	89	51.4
4 - 2	105	35.95
2 - 0	119	29.225

Tabla 7.3: Tiempo de subida y *overshoot* máximo (PI-base)

Como la respuesta del intercambiador de calor con el controlador PI-base sintonizado con QFT es más rápida y con mayor *overshoot* que la dada por el controlador sintonizado con IMC, se puede afirmar que se ha cumplido el paso previo a la sintonización de un controlador PI+CI.

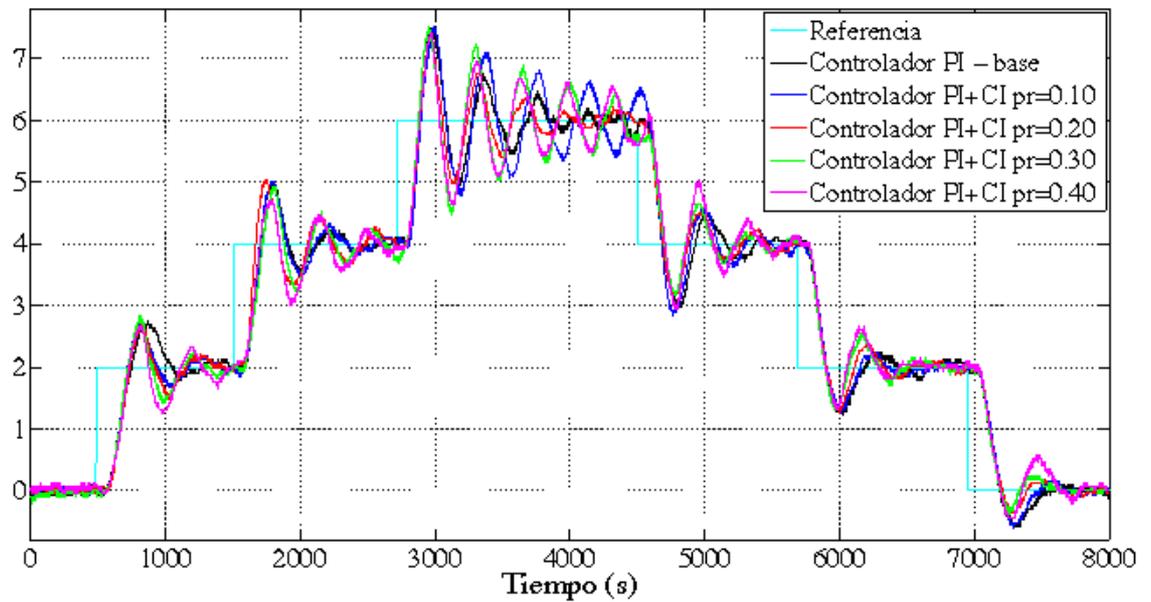
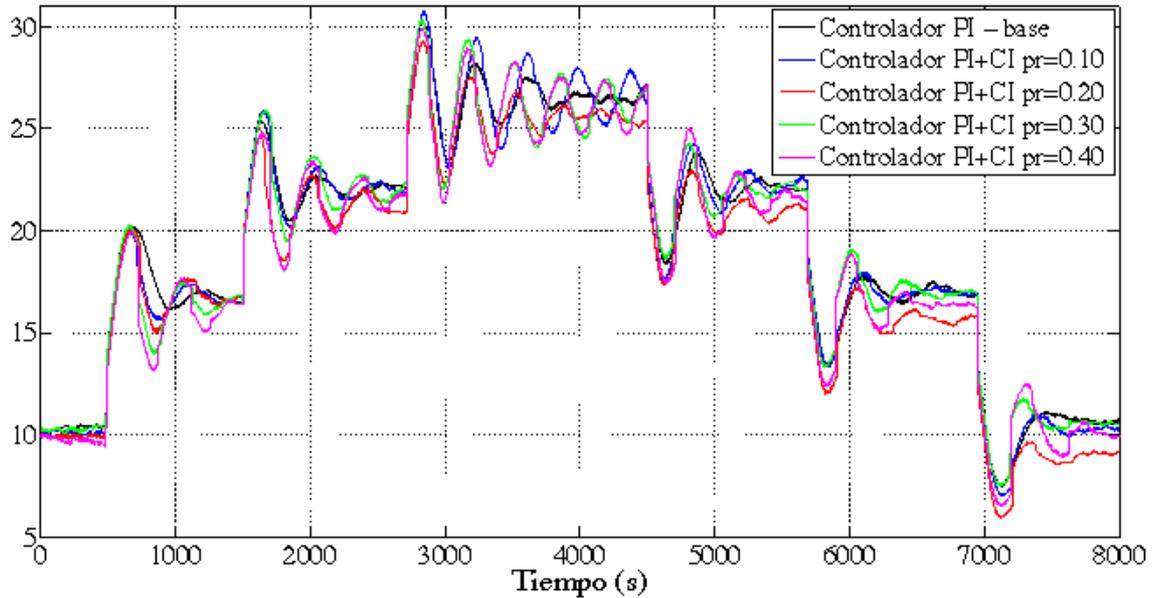
### 7.5.2 Sintonización del controlador PI+CI

Una vez diseñado el controlador PI-base, sus parámetros se usan también en el controlador PI+CI. Además, se van a fijar cuatro coeficientes de reset distintos para comprobar si la respuesta del intercambiador mejora en algún escalón la respuesta del controlador PI-IMC. Estos coeficientes de reset son de 0.1, 0.2, 0.3 y 0.4.

En la figura 7.12 se han comparado las respuestas del controlador PI sintonizado con IMC y las del controlador PI+CI con distintos coeficientes de reset. Además, también se han calculado sus índices de *performance*, comparándolos con los del controlador PI-base en la tabla 7.4:

	Valores IAE (s)	Valores ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)
PI-IMC	$2.59 \cdot 10^3$	$9.56 \cdot 10^6$	61
PI-QFT	$3.31 \cdot 10^3$	$12.45 \cdot 10^6$	41
PI+CI $p_{reset} = 0.1$	$3.75 \cdot 10^3$	$14.14 \cdot 10^6$	44
PI+CI $p_{reset} = 0.2$	$3.28 \cdot 10^3$	$12.09 \cdot 10^6$	46
PI+CI $p_{reset} = 0.3$	$3.62 \cdot 10^3$	$13.12 \cdot 10^6$	47
PI+CI $p_{reset} = 0.4$	$3.87 \cdot 10^3$	$14.54 \cdot 10^6$	47

Tabla 7.4: Índices de *performance* (PI-IMC, PI-base y PI+CI con varios  $p_{reset}$ )

(a) Incremento de temperatura ( $^{\circ}\text{C}$ )

(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.12: Tratamiento térmico (PI-base y PI+CI con varios  $p_{reset}$ )

Con los índices de la tabla 7.4 y con las respuestas de la figura 7.12, queda claro que la acción de reset sobre el controlador PI-base a pesar de aumentar el margen de fase, empeora el rendimiento del intercambiador de calor con mayores *overshoots* y *undershoots*. Este efecto tan nefasto de la acción de reset se debe al retardo dominante inherente al intercambiador de calor.

## 7.6 Modificaciones del controlador PI+CI

Para mejorar la respuesta que proporciona el intercambiador de calor cuando se usa el controlador PI+CI, en esta sección se van a usar las modificaciones estudiadas en el capítulo 5.

Cuando el proceso tenía retardo dominante, como ocurre en este intercambiador de calor, se estudió dos modificaciones de la condición de reset para adelantar los instantes de reset mediante el uso de dos bandas de reset: una fija y la otra variable.

### 7.6.1 Banda de reset fija

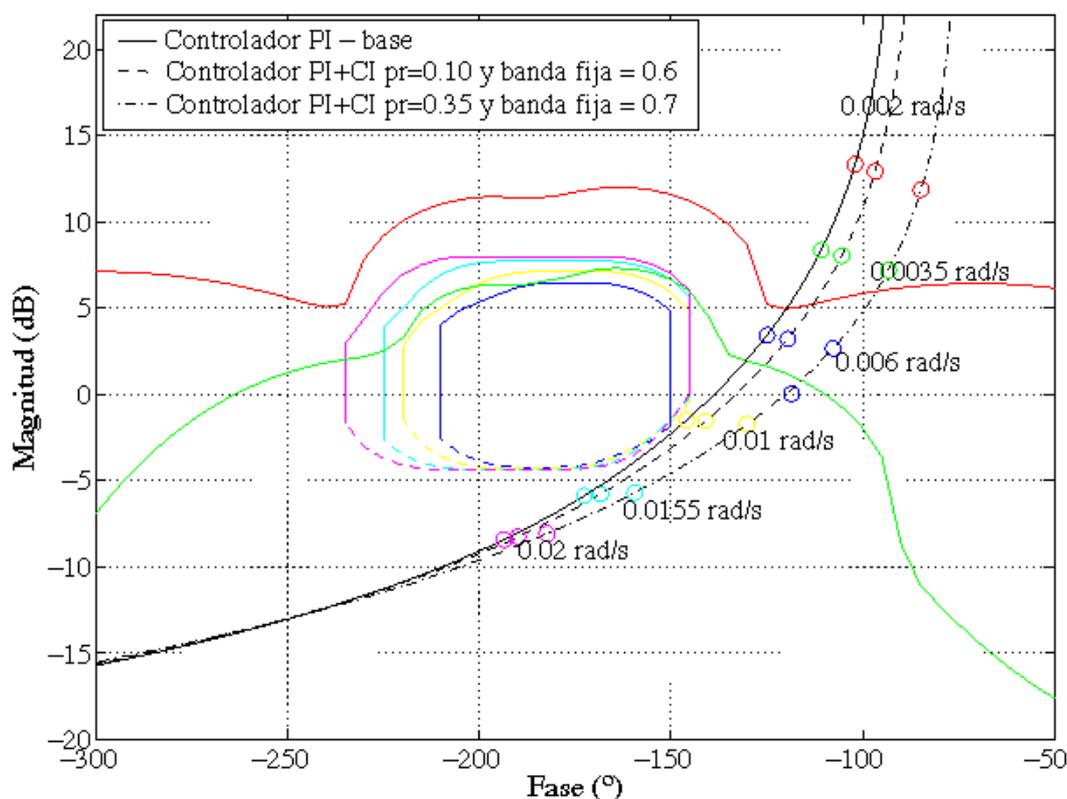
Para sintonizar una banda de reset fija se tenía que fijar un determinado valor de la relación  $\frac{\delta}{E}$ . Al igual que en el ejemplo del capítulo 5, este valor se va a fijar junto al coeficiente de reset de manera que la fase del sistema de control sea la mayor posible. Para ello, con la función descriptiva del controlador PI+CI con banda de reset fija, (5.4), se han comparado los diagramas de Nichols del controlador PI-base y de dos controladores PI+CI con diferentes coeficientes de reset y diferentes bandas de reset fijas. Para uno se ha fijado un coeficiente de reset pequeño,  $p_{reset} = 0.1$ , y se ha obtenido que la fase del sistema es máxima cuando  $\frac{\delta}{E} = 0.6$ . Por el contrario, para el otro se fija un coeficiente de reset mayor,  $p_{reset} = 0.35$ , de manera que ahora la máxima fase se obtiene con una banda de reset se fija en  $\frac{\delta}{E} = 0.7$ .

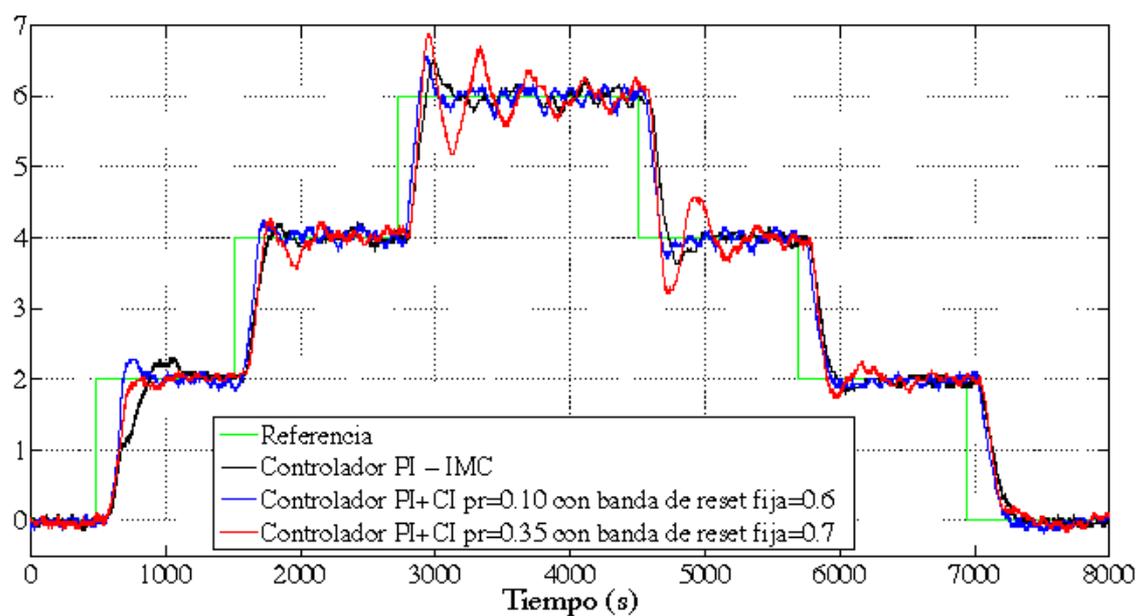
De la figura 7.13 y de los valores de la tabla 7.5, se observa que la mayor fase se consigue con el controlador PI+CI con  $p_{reset} = 0.35$  y con la banda de reset fijada en  $\frac{\delta}{E} = 0.7$ . Por otro lado, en la figura 7.14 se han comparado la respuesta del controlador PI-IMC con las de los controladores PI+CI con banda de reset fija. Además, en la tabla 7.5 se han comparado los índices de *performance* del intercambiador de calor con los tres controladores.

	Valores IAE (s)	Valores ITAE (s <sup>2</sup> )	$\varphi_m$ (°)
PI-IMC	$2.59 \cdot 10^3$	$9.56 \cdot 10^6$	61
PI+CI $p_{reset} = 0.1$ y $\frac{\delta}{E} = 0.6$	$2.16 \cdot 10^3$	$8.17 \cdot 10^6$	47
PI+CI $p_{reset} = 0.35$ y $\frac{\delta}{E} = 0.7$	$2.82 \cdot 10^3$	$10.86 \cdot 10^6$	60

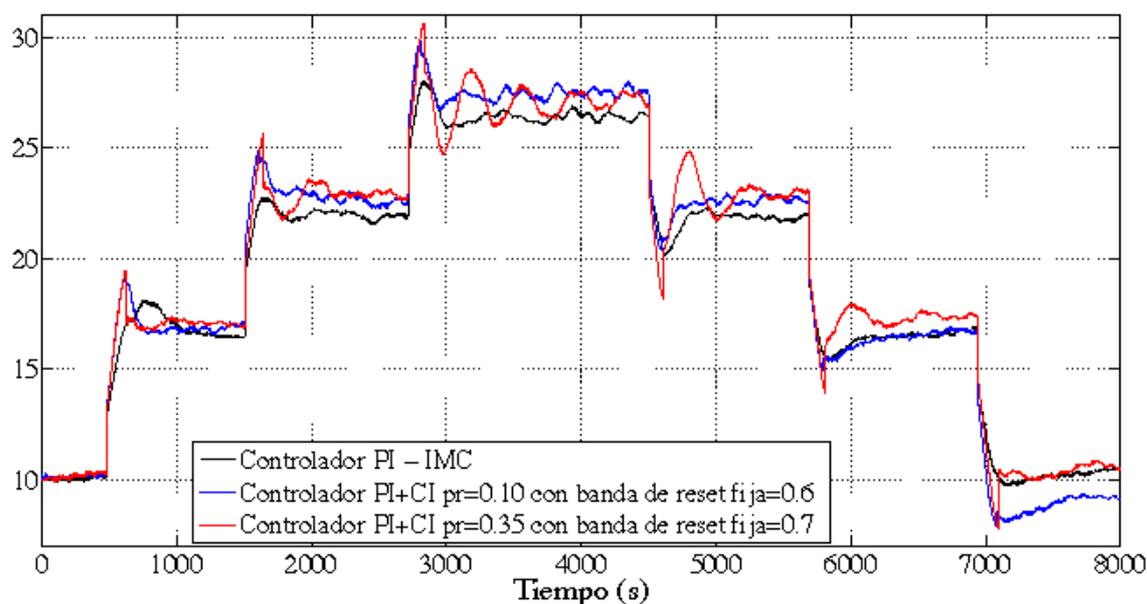
Tabla 7.5: Índices de *performance* (PI-IMC y PI+CI con  $\mathcal{B}_\delta^f$ )

Tal y como se hizo en el capítulo 5, en los ensayos se han fijado los valores de  $\delta$  tomando la amplitud del error como el incremento de la referencia,  $E = 2$ . Con los índices de *performance*, tabla 7.5, y con las respuestas del intercambiador de calor, figura 7.14, se comprueba que a pesar de que el controlador PI+CI con  $p_{reset} = 0.35$  y  $\frac{\delta}{E} = 0.7$  tiene mayor fase que el PI+CI con  $p_{reset} = 0.1$  y  $\frac{\delta}{E} = 0.6$ , es éste último el que tiene menores valores de IAE e ITAE, y por tanto una mejor respuesta. De hecho, la respuesta de este controlador PI+CI también es mejor que la del controlador PI sintonizado por IMC, pues es más rápido y tiene más o menos el mismo *overshoot*.

Figura 7.13: Diagrama de Nichols (PI-base y PI+CI con  $\mathcal{B}_\delta^f$ )



(a) Incremento de temperatura (°C)



(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.14: Tratamiento térmico (PI-IMC y PI+CI con  $\mathcal{B}_0^f$ )

Sin embargo, tal y como se comentó en el capítulo 5, al fijar la banda de reset fija un valor tan grande del error, la condición de reset (5.2) solamente se cumple una vez para cada cambio en la referencia. Esto es un inconveniente pues en esta sección se pretende adelantar los instantes de reset no de eliminarlos. Por tanto, a continuación se va a estudiar el uso de una banda de reset variable en el controlador PI+CI en lugar de una banda de reset fija.

## 7.6.2 Banda de reset variable

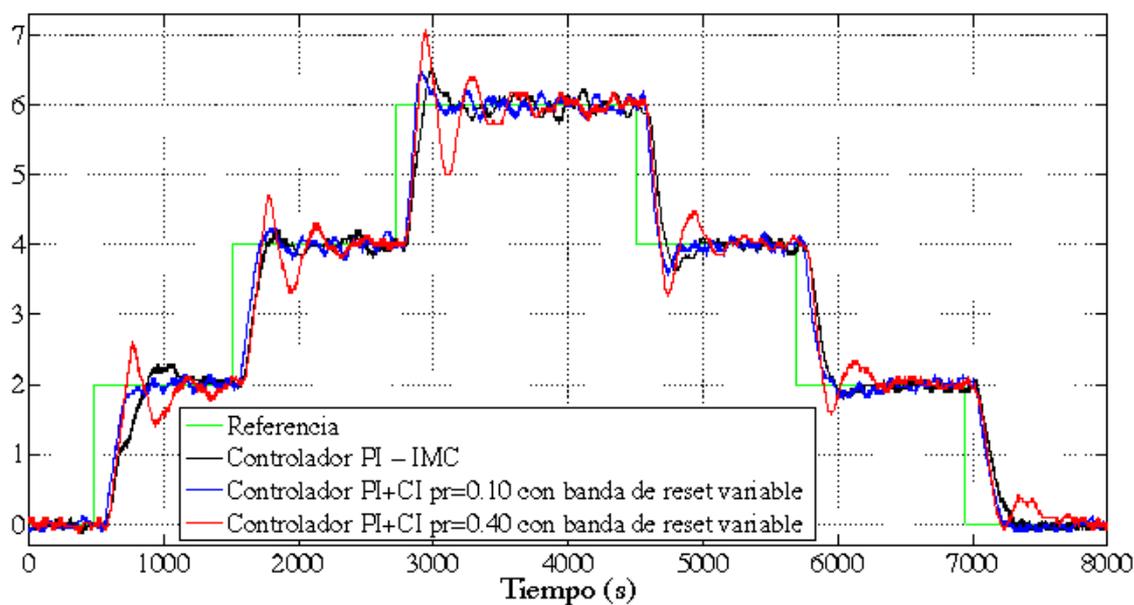
Al contrario que con la banda de reset fija, en la banda de reset variable (5.8) solamente hay que fijar un valor para el retardo nominal del proceso,  $h$ . En el caso del intercambiador de calor se dedujo mediante el modelado que el retardo del proceso no era fijo sino que tenía cierta incertidumbre, tabla 7.1. Recordemos que teóricamente con esta banda los instantes de reset se van a adelantar  $h$  unidades de tiempo. Por tanto, para no perjudicar la respuesta ante ningún cambio en la referencia se va a fijar como el retardo nominal aquel de menor valor, es decir,  $h = 50$  s.

Además, debido a la presencia de ruido en el sensor, se va a filtrar la parte derivativa de esta banda de reset variable, escogiendo para ello una constante de tiempo del filtro diez veces menor que el retardo, es decir,  $\tau_f = 5$  s. Con motivos comparativos se va a repetir el ensayo para dos controladores PI+CI con distintos coeficientes de reset, uno tan pequeño como 0.1, y otro mayor,  $p_{reset} = 0.4$ .

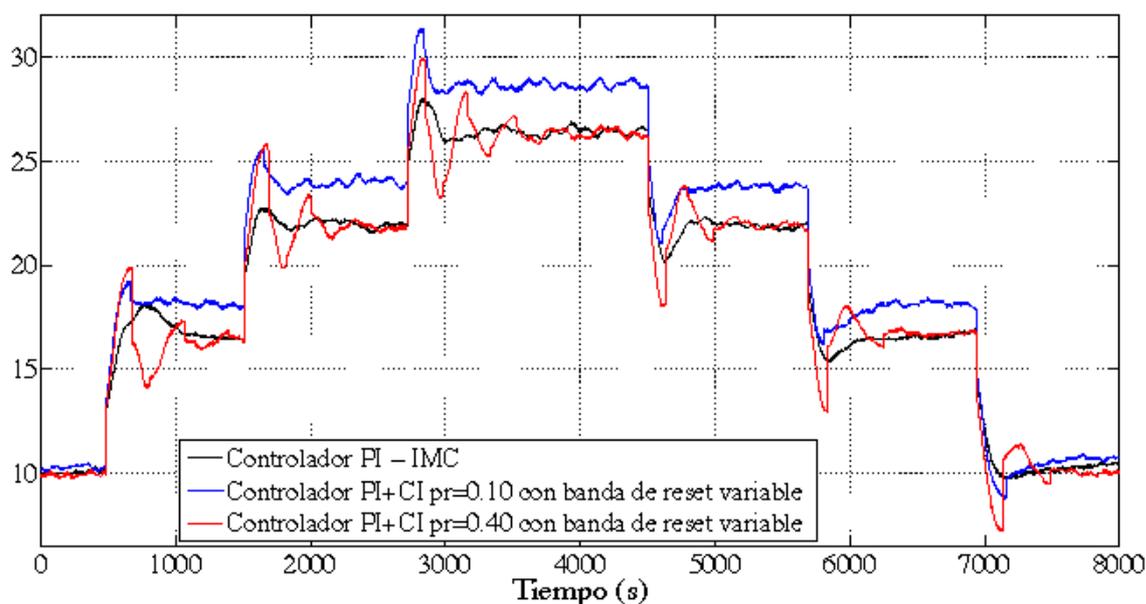
En la figura 7.15 se han representado la respuesta del intercambiador de calor con el controlador PI sintonizado con IMC y con los controladores PI+CI con banda de reset variable,  $h = 50$  s, y con dos coeficientes de reset distintos,  $p_{reset} = 0.1$  y  $p_{reset} = 0.4$ . También, en la tabla 7.6 se han calculado los valores IAE e ITAE de estos controladores.

	Valores IAE (s)	Valores ITAE (s <sup>2</sup> )
PI-IMC	$2.59 \cdot 10^3$	$9.56 \cdot 10^6$
PI+CI $p_{reset} = 0.1$ y $h = 50$ s	$2.13 \cdot 10^3$	$8.09 \cdot 10^6$
PI+CI $p_{reset} = 0.4$ y $h = 50$ s	$2.92 \cdot 10^3$	$10.67 \cdot 10^6$

Tabla 7.6: Índices de *performance* (PI-IMC y PI+CI con  $\mathcal{B}_h^u$ )



(a) Incremento de temperatura (°C)



(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.15: Tratamiento térmico (PI-IMC y PI+CI con  $\mathcal{B}_k^v$ )

De las respuestas del intercambiador se deduce que el controlador PI+CI con banda de reset variable y coeficiente de reset de 0.1 es la mejor opción para controlar los incrementos de temperatura de los tratamientos térmicos, pues al igual que con la banda de reset fija, se obtiene una respuesta más rápida con más o menos el mismo *overshoot*. En este caso, al contrario que con la banda de reset fija, el controlador PI+CI va a hacer reset en los instantes necesarios y no solamente en uno.

### 7.6.3 Coeficiente de reset relativo

Por último, también se va a estudiar el comportamiento del intercambiador de calor cuando se usa un controlador PI+CI con coeficiente de reset relativo. Para no tener el problema del retardo dominante del proceso, se va a partir del controlador PI+CI sintonizado anteriormente con banda de reset variable.

En el capítulo 5 se estudió que el objetivo de hacer el coeficiente de reset dependiente del tiempo,  $\hat{p}_{reset}$ , es el de disminuir los *overshoots* y los *undershoot* de la respuesta. En este caso, aunque el controlador PI+CI con banda de reset variable anterior proporcionaba respuesta con un *overshoot* pequeño, merece la pena intentar eliminarlos completamente con el uso de un coeficiente de reset relativo. Para ello, recordemos que se ha de usar (5.9), siendo necesario fijar un valor base del coeficiente de reset  $p_{reset}^0$ . En este caso este valor va a coincidir con el coeficiente de reset considerado en la banda de reset variable, es decir,  $p_{reset}^0 = 0.1$ . Por otra parte, la constante de tiempo de la derivada del error, (5.10), se calcula en función de los cambios en la referencia,  $\Delta r = 2^\circ\text{C}$ , del tiempo de subida del sistema en lazo cerrado, de  $p_{reset}^0$  y de una constante  $\kappa$ .

En este caso para cada cambio de referencia se tienen varios tiempos de subida, tabla 7.3, por lo que se va a tomar el de la respuesta más rápida, es decir,  $t_r = 60$  s. Por otro lado recordemos que  $\kappa$  se fijaba en un valor comprendido entre 0 y 3, en función de si nos interesaban *undershoot* grandes o pequeños. Como en todos los casos prácticos, la señal de error se debe filtrar antes de ser derivada para evitar así la amplificación del ruido del sensor. Debido a este filtrado de la derivada se va a tomar el valor máximo de  $\kappa$ ,  $\kappa = 3$ , para que así la variación del coeficiente de reset relativo sea apreciable. Por tanto con estos valores de  $p_{reset}^0 = 0.1$ ,  $\kappa = 3$ ,  $t_r = 60$  s y  $\Delta r = 2^\circ\text{C}$ , se obtiene una constante de tiempo derivativa (5.10) igual a  $\tau_d = 9$  s. En este caso para fijar una constante de tiempo del filtro se va a seguir con la filosofía de fijarla diez veces menor que  $\tau_d$ , de manera que se obtiene  $\tau_f = 0.9$  s.

En la figura 7.16 se han comparado los incrementos de temperatura en el intercambiador de calor cuando se usa el controlador PI sintonizado con IMC y cuando se usa el controlador PI+CI con banda de reset variable,  $h = 50$  s y con un coeficiente de reset relativo igual a:

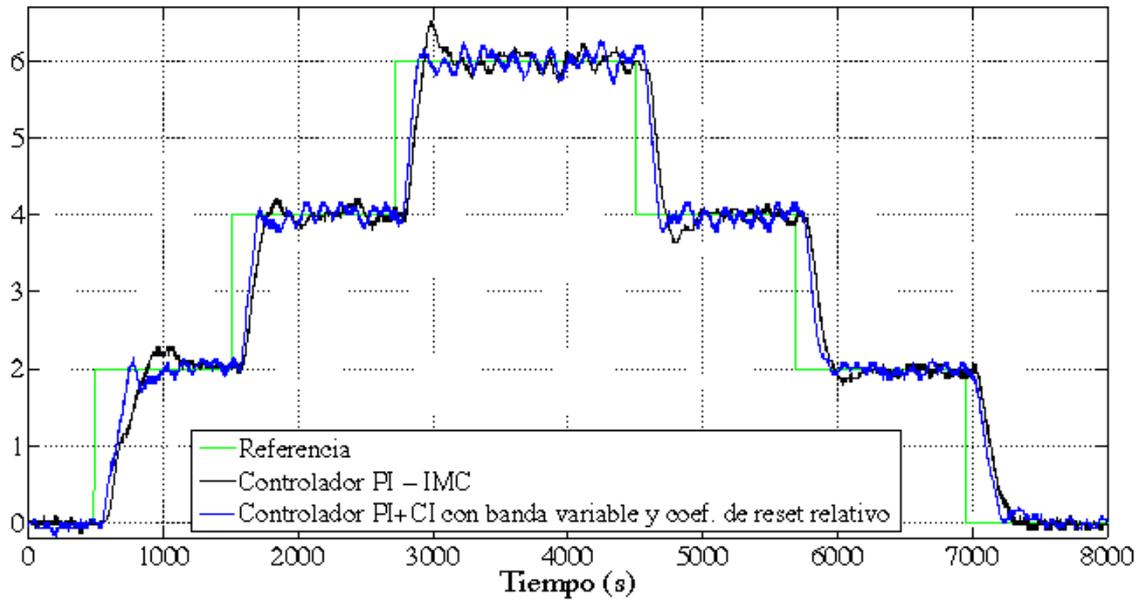
$$\hat{p}_{reset}(t) = 0.1 + 9 \frac{de(t)}{dt} \text{sign}(e(t)) \quad (7.4)$$

En esta figura se observa que al usar el coeficiente de reset relativo sobre un controlador PI+CI con banda de reset variable, los *overshoots* y *undershoots* de la respuesta se eliminan por completo. Por tanto, comparando esta respuesta con la que del controlador PI-IMC, se observa que el controlador PI+CI no solamente proporciona una respuesta más rápida que la lineal sino que ésta apenas tiene *overshoots* y *undershoots*. Por ello los valores IAE e ITAE del controlador reseteado calculados en la tabla 7.7 son menores que los del sistema lineal.

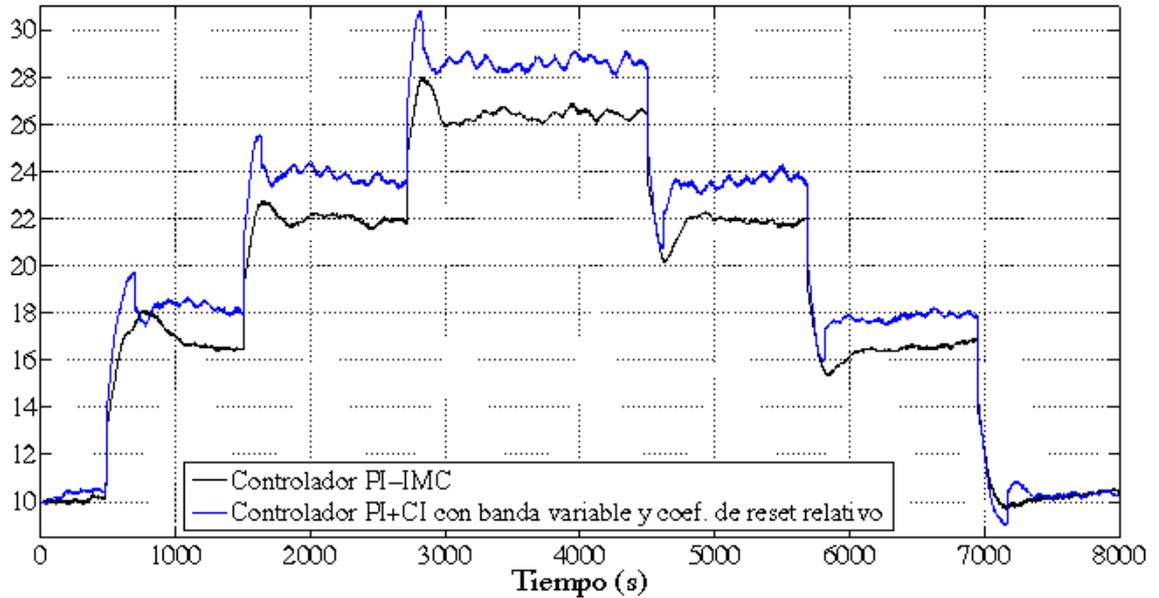
	Valores IAE (s)	Valores ITAE (s <sup>2</sup> )
PI-IMC	$2.59 \cdot 10^3$	$9.56 \cdot 10^6$
PI+CI - $\mathcal{B}_h^v$ y $\hat{p}_{reset}$	$2.14 \cdot 10^3$	$8.04 \cdot 10^6$

Tabla 7.7: Índices de *performance* (PI-IMC y PI+CI con  $\mathcal{B}_h^v$  y  $\hat{p}_{reset}$ )

Finalmente, en la figura 7.17 se ha representado los valores que toma el coeficiente de reset relativo a lo largo de todo el ensayo. En ella se observa que esta variación es pequeña pero suficiente como para eliminar por completo los *overshoots* de la respuesta del intercambiador de calor.



(a) Incremento de temperatura (°C)



(b) Apertura de la válvula (%)

Figura 7.16: Tratamiento térmico (PI-IMC y PI+CI con  $\mathcal{B}_h^v$  y  $\hat{p}_{reset}$ )

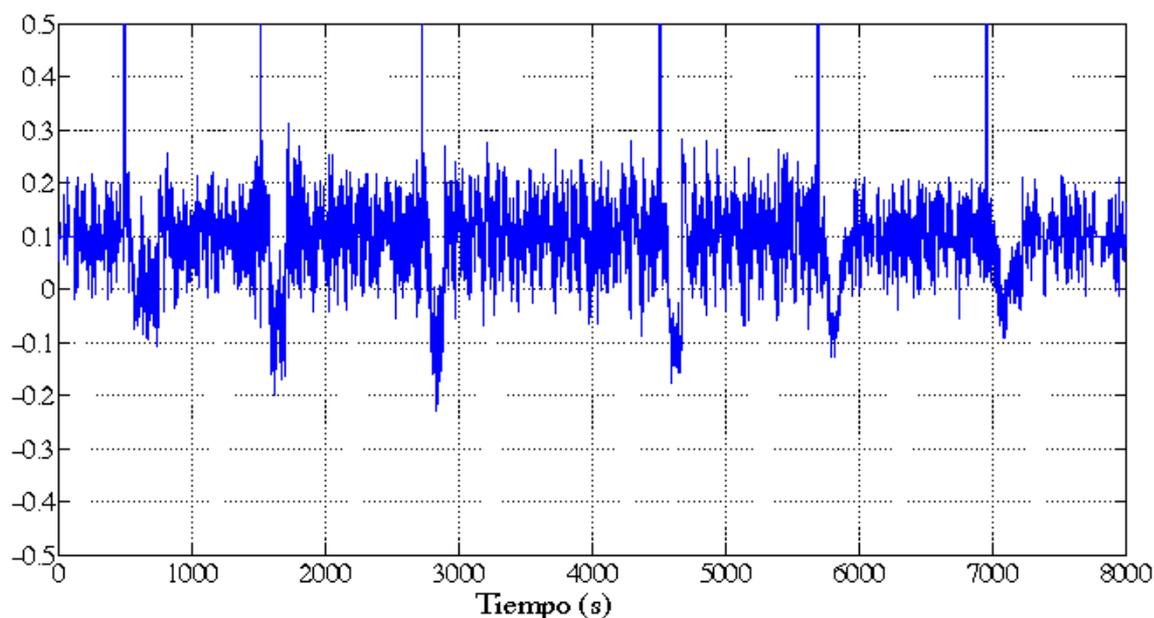


Figura 7.17: Coeficiente de reset relativo (intercambiador de calor)

Como conclusión se puede afirmar que la acción de reset bien aplicada, es decir modificando si fuera necesario tanto la condición de reset como el coeficiente de reset, mejora considerablemente la respuesta de un intercambiador de calor industrial en comparación con un controlador sintonizado por uno de los métodos más eficaces y usados en las industrias, el método del control del modelo interno. De hecho la respuesta obtenida con el controlador PI+CI es imposible de obtener usando un controlador lineal.

# Conclusiones y vías futuras

---

Finalmente en este último capítulo se va a hacer un resumen detallado de todas las conclusiones a las que se han llegado en este trabajo. Además, en una segunda parte se van a plantear las vías futuras de investigación que se pueden seguir como consecuencia de los resultados obtenidos.

## 8.1 Conclusiones

Los resultados y conclusiones principales a las que se ha llegado tras el estudio realizado en este trabajo se van a explicar de forma detallada capítulo a capítulo.

### 8.1.1 Definición y estabilidad del controlador PI+CI

Con el propósito de mejorar el funcionamiento de uno de los controladores más usados en la industria, el controlador PI, se ha definido un nuevo tipo de controlador reseteado, denominado en este trabajo como controlador PI+CI. Para la definición de este controlador reseteado se ha tomado como estructura base la de un controlador PI, al cual se le ha añadido un integrador de Clegg conectado en paralelo. En la estructura del controlador PI+CI además se ha definido un parámetro adimensional denominado coeficiente de reset. Este coeficiente, expresado en tanto por uno, sirve para fijar la cantidad del término integral que se va a hacer reset, evitando así la aparición del error en estado estacionario.

Una vez definido el controlador PI+CI se ha estudiado en profundidad sus propiedades y particularidades tanto en el espacio de estados como en el dominio de la frecuencia. Por un lado, en el espacio de estados se ha demostrado que el

controlador **PI+CI** se puede expresar de dos formas distintas, mediante dos estados o mediante un solo estado. La representación del controlador con dos estados es la más intuitiva, pues se ha usado un estado para referenciar al término integral y el otro se ha usado para el integrador de Clegg. Esta representación de dos estados hace que la matriz de estado del sistema en lazo cerrado no sea Hurwitz, pues en los instantes en los que el controlador no hace reset su dinámica es similar a la del controlador **PI**, que solamente tiene un estado. Por ello, también se ha expresado el controlador **PI+CI** en el espacio de estados mediante su realización mínima, esto es, a través de un solo estado. En esta expresión, el coeficiente de reset definido en la estructura del controlador **PI+CI** desaparece como tal dando lugar a un coeficiente de reset, cuyo valor varía de un instante de reset a otro. Esta realización mínima del controlador **PI+CI** sirve de base para definir un nuevo tipo de control reseteado con reset variable. Por otro lado, para estudiar las propiedades del controlador **PI+CI** en el dominio de la frecuencia se ha calculado su función descriptiva, con la cual se ha demostrado que al aumentar el coeficiente de reset aumenta la fase del sistema en lazo cerrado sin apenas variar su magnitud.

Por último, como las herramientas de estabilidad desarrolladas en la literatura de control reseteado no se pueden aplicar a sistemas con reset variable, en este capítulo se han desarrollado nuevas condiciones de estabilidad basadas en funciones de Lyapunov locales. Para ello, se ha dividido el espacio de estados en una serie de regiones disjuntas separadas por regiones fronterizas, y se ha definido una función de Lyapunov local en cada una de ellas. Con la aplicación de estas condiciones en distintos sistemas se ha conseguido demostrar que existen funciones de Lyapunov locales que disminuyen no solamente en cada una de las regiones en las que se ha definido sino que también disminuyen al pasar de una región a otra. De esta forma ha quedado demostrada la estabilidad interna del controlador **PI+CI** cuando se usa en el control tanto de sistemas sin retardo y como de sistemas con retardo.

### 8.1.2 Sintonización del controlador **PI+CI**

En el capítulo 4 se ha explicado un método simple de sintonización del controlador **PI+CI** para distintos tipos de procesos.

En primer lugar se ha considerado un proceso de primer orden sin retardo, para el cual se ha obtenido una expresión que fija el coeficiente de reset necesario para que sin alterar la velocidad de la respuesta lineal se reduzca el *overshoot* y además se alcance el estado estacionario en el segundo instante de reset. Obviamente esto

es algo imposible de alcanzar con un controlador lineal, pues además su fase en este caso no disminuye, sino todo lo contrario, aumenta.

Por otro lado, para procesos de primer orden con retardo y para procesos de orden general se ha sintonizado un controlador PI+CI a partir de un controlador base PI sintonizado previamente con el método de control del modelo interno. En estos casos, se ha demostrado que modificando simplemente la ganancia proporcional o la constante de tiempo integral del controlador PI+CI, al hacer reset una parte del término integral la respuesta del sistema sufre una notable mejora en su transitorio. Esta mejora reside en la reducción tanto de los *overshoots* y los *undershoots* como del tiempo de asentamiento de la respuesta lineal, sin modificar con ello su velocidad. En el caso de que los procesos contengan algún integrador esta mejora va a ser todavía más notable pues se va a poder hacer reset todo el término integral del controlador sin la aparición del error en estado estacionario.

Para extender el uso del controlador PI+CI a procesos industriales se ha explicado la manera de sintonizar este controlador cuando en el proceso hay incertidumbres importantes. En este caso se ha usado QFT para sintonizar un controlador base PI robusto, y se ha aplicado un coeficiente de reset para mejorar el transitorio de todas las posibles respuestas del sistema de control. Con ello se ha concluido que el controlador PI+CI no solamente es una magnífica opción en procesos con parámetros perfectamente conocidos, sino que también hereda la robustez de su controlador base PI, siendo capaz de mejorar la respuesta del sistema ante todas las condiciones y puntos de operación considerados en el ajuste por QFT.

En este capítulo también se ha demostrado que el controlador PI+CI posee propiedades *anti-windup* sin necesidad de adoptar ninguna estructura específica. Esta propiedad reside en el hecho de que al hacer reset la señal de control, ésta saldrá de la saturación por sí misma mejorando por tanto el comportamiento del sistema en presencia de saturaciones.

Finalmente, para demostrar la reducción del coste de realimentación que conlleva el uso del controlador PI+CI, se ha comparado el comportamiento de éste con el de un controlador PID en serie filtrado. Tras comparar sus respuestas y sus señales de control se ha llegado a la conclusión de que en presencia de ruido, para obtener respuestas similares, el controlador PID debe hacer un esfuerzo de control mucho mayor que el del controlador PI+CI.

### 8.1.3 Modificaciones del controlador PI+CI

En los casos en los que el proceso a controlar tiene un retardo dominante, la respuesta del sistema de control con el controlador PI+CI no es lo buena que debería ser. Esto se debe a que la señal de control se hace reset en unos instantes mientras que debido al retardo, el proceso se beneficia de la acción de reset en otros instantes. Para solucionar esta descoordinación en los instantes de reset, en este trabajo se planteó el modificar la condición clásica de reset con el propósito de hacer reset antes de que la señal de error fuese cero. Para ello se estudiaron dos posibles modificaciones, una banda de reset fija y otra variable. La banda de reset fija se sintonizó con el objetivo de obtener la máxima fase posible en el sistema de control reseteado. Para ello se usó la función descriptiva del controlador PI+CI con esta banda y se concluyó que con esta nueva condición de reset, el efecto perjudicial del retardo sobre la respuesta del sistema se eliminaba por completo. Sin embargo, esta banda de reset fija hacía que el sistema de control solamente hiciese reset una vez para cada cambio en la referencia, alterando por tanto la dinámica propia de los controladores reseteados.

Posteriormente, para mantener una sucesión de instantes de reset en el sistema de control reseteado, se estudió una nueva banda de reset, esta vez variable. Esta banda variable se basaba en la predicción de los instantes en los que el error se iba a hacer cero por medio de su derivada. Como para sintonizar esta banda variable era necesario fijar un valor de la constante de tiempo derivativa, en este trabajo se optó por asignarle un valor igual al retardo del proceso, de manera que se obtuvieron excelentes resultados, pues se solucionaba el efecto perjudicial del retardo sobre la acción de reset haciendo reset en más de un instante. Estas nuevas modificaciones de la condición de reset no son exclusivas del controlador PI+CI, sino que se pueden aplicar a cualquier controlador reseteado.

Por último, se comprobó que a veces el coeficiente de reset fijado funcionaba bien en unos instantes de reset, pero no en otros. Por ello se sustituyó este coeficiente de reset por otro relativo, de tal manera que su valor variase a lo largo del tiempo en función de la dinámica del sistema de control. Como este nuevo coeficiente dependía de la derivada del error, su sintonización era una etapa crucial para no degradar la respuesta del sistema. Tras desarrollar ciertas reglas heurísticas de sintonía, se concluyó que la respuesta del sistema experimentaba una mejora significativa en cuanto a la reducción de los *undershoots* sin variar con ello la velocidad de la respuesta.

#### 8.1.4 El controlador PI+CI en la Planta Solar de Almería

Una vez que se definió el controlador PI+CI y se dieron reglas para sintonizarlo, se aplicó este controlador en procesos industriales. Como las energías renovables son hoy día una de las líneas de investigación más estudiadas, se aplicó el controlador PI+CI en el control de la temperatura de salida del campo solar de colectores distribuidos ACUREX, situado en la Plataforma Solar de Almería.

En primer lugar, se sintonizó un controlador base PI mediante el método IMC, evitando lógicamente la excitación de los modos antirresonantes. En este controlador PI se aplicó un coeficiente de reset para intentar obtener un transitorio más corto con la misma velocidad. Sin embargo, a pesar de reducir los *overshoots*, los *undershoots* aumentaban considerablemente, haciendo necesario el uso del coeficiente de reset relativo. Con la aplicación de este coeficiente relativo se concluyó que la respuesta del controlador PI+CI mejoraba de manera considerable, pues se reducían las oscilaciones, tanto *overshoots* como *undershoots*, sin modificar la velocidad de la respuesta.

#### 8.1.5 El controlador PI+CI en la industria conservera

Tras aplicar el controlador PI+CI a un campo solar de colectores distribuidos, el siguiente proceso que se estudió es el de los tratamientos térmicos llevados a cabo en la industria conservera. Para ello, por un lado se sintonizó un controlador PI con el método IMC. Por otro lado se usó QFT para obtener un controlador PI más rápido que el anterior y por tanto con mayor *overshoot*. Usando este último controlador PI como base del controlador PI+CI, se comparó su respuesta con la de un controlador PI sintonizado con IMC. De esta comparación, se dedujo que para mejorar la respuesta del sistema, y con ello la eficiencia del tratamiento térmico, se tenía que aplicar al controlador PI+CI las modificaciones explicadas en el capítulo 5. Finalmente, se llegó a la conclusión de que el controlador PI+CI con banda de reset variable y coeficiente de reset relativo proporcionaba una respuesta óptima, es decir, la temperatura de salida del intercambiador de calor alcanzaba la referencia de forma rápida y sin nada de *overshoot* ni *undershoot* para todos los cambios de referencia considerados.

## 8.2 Vías futuras

El controlador reseteado PI+CI que se ha definido y desarrollado en este trabajo puede seguir siendo estudiado en trabajos futuros. A grandes rasgos, la continuación de este trabajo debería contemplar los siguientes aspectos.

### 8.2.1 Condiciones de estabilidad robustas

En el capítulo 3 se propusieron dos condiciones para estudiar la estabilidad interna del controlador PI+CI en procesos sin y con retardo. Sin embargo, para aplicar estas proposiciones era necesario fijar de antemano los valores del coeficiente de reset en la representación de un estado. Para evitar la necesidad de fijar previamente estos valores se podría estudiar la resolución de estas condiciones de estabilidad con el objetivo de obtener el rango del coeficiente de reset para el cual el sistema va a ser estable. De esta manera la estabilidad de controlador PI+CI quedaría probada con tan solo dar un rango determinado del coeficiente de reset.

### 8.2.2 Sintonización por otros métodos

En el capítulo 4 se ha estudiado la sintonización del controlador PI+CI a partir de un controlador PI sintonizado previamente con el método IMC. Sin embargo, no solo este método se puede usar para sintonizar el controlador base PI, sino que se puede usar cualquiera de los propuestos en la literatura. Por ello un trabajo futuro sería el de estudiar el funcionamiento del controlador PI+CI cuando el controlador base PI se sintoniza usando algún método diferente al IMC. Como adelanto se puede confirmar que estos métodos han de ser capaces de proporcionar una respuesta rápida sin importar la magnitud de las oscilaciones, pues la acción de reset será la encargada de reducirlas.

Por otro lado, sería conveniente en un futuro estudiar formalmente las propiedades *anti-windup* inherentes al controlador PI+CI. También se deberían proporcionar reglas formales y no solo heurísticas para sintonizar el coeficiente de reset relativo.

### 8.2.3 Aplicación en control de procesos

En cuanto a la aplicación del controlador PI+CI a procesos industriales, se debería en un futuro estudiar el comportamiento de este controlador reseteado en el campo solar ACUREX real y no solamente en el simulador. Por otro lado, una línea de investigación abierta a partir de este trabajo sería la de estudiar la aplicación del

---

controlador PI+CI a los tratamientos térmicos de diferentes productos con distintas texturas y viscosidades como salsa de tomate, mermelada, productos lácteos,...



## Bibliografía

---

- [1] W. H. T. M. Aangenent, G. Witvoet, W. P. M. H. Heemels, M. J. G. van de Molengraft y M. Steinbuch. An LMI-based  $\mathcal{L}_2$  gain performance analysis for reset control systems. En *Proceedings of the 2008 American Control Conference*, páginas 2248–2253, Seattle, Washington EE.UU., Junio 2008.
- [2] A. Abbas. A new set of controller tuning relations. *ISA Transactions*, 36(3):183–187, 1997.
- [3] K. J. Åström y T. Hägglund. Automatic tuning of simple regulators with specifications on phase and amplitude margins. *Automatica*, 20(5):645–651, 1984.
- [4] K. J. Åström y T. Hägglund. Automatic tuning of PID controllers. En *Instrument Society of America, Research Triangle Park, Carolina del Norte, EE.UU.*, 1988.
- [5] K. J. Åström y T. Hägglund. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, segunda edición, 1995.
- [6] K. J. Åström y T. Hägglund. The future of PID control. *Control Engineering Practice*, 9(11):1163–1175, 2001.
- [7] K. J. Åström, T. Hägglund, C. C. Hang y W. K. Ho. Automatic tuning and adaptation for PID controllers - a survey. *Control Engineering Practice*, 1(4):699–714, 1993.
- [8] A. Anokhin, L. Berezansky y E. Braverman. Exponential stability of linear delay impulsive differential equations. *Journal of Mathematical Analysis and Applications*, 193:923–941, 1995.
- [9] P. Atkinson y R. L. Davey. A theoretical approach to the tuning of pneumatic three-term controllers. *Control*, páginas 238–242, 1968.

- [10] J. Bakkeheim, T. A. Johansen, Ø. N. Smogeli y A. J. Sørensen. Lyapunov-based integrator resetting with application to marine thruster control. *IEEE Transactions On Control Systems Technology*, 16(5):908–917, 2008.
- [11] A. Baños y A. Barreiro. Delay-dependent stability of reset control systems. En *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, páginas 5509–5514, Nueva York, EE.UU., Julio 2007.
- [12] A. Baños y A. Barreiro. Delay-independent stability of reset systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 54(2):341–346, 2009.
- [13] A. Baños, J. Carrasco y A. Barreiro. Reset times-dependent stability of reset system with unstable base system. En *IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, páginas 163–168, Vigo, España, Junio 2007.
- [14] A. Baños, J. Carrasco y A. Barreiro. Reset times-dependent stability of reset system. En *Proceedings of the European Control Conference*, páginas 3075–3079, Kos, Grecia, Julio 2007.
- [15] A. Baños, S. Dormido y A. Barreiro. Stability analysis of reset control systems with reset band. En *3<sup>rd</sup> IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems*, Zaragoza, España, 2009.
- [16] O. Beker, C. Hollot y Y. Chait. Stability of a MIMO reset control system under constant inputs. En *Proceedings of the 1999 Conference on Decision and Control*, páginas 2780–2781, Fénix, Arizona, EE.UU., Diciembre 1999.
- [17] O. Beker, C. Hollot y Y. Chait. Forced oscillations in reset control systems. En *Proceedings of the 2000 Conference on Decision and Conference*, páginas 4825–4826, Sidney, Australia, Diciembre 2000.
- [18] O. Beker, C. Hollot y Y. Chait. Stability of limit-cycles in reset control systems. En *Proceedings of the 2001 American Control Conference*, volumen 6, páginas 4681–4682, Arlington Virginia, EE.UU., Junio 2001.
- [19] O. Beker, C. Hollot, Y. Chait y H. Han. Plant with integrator: an example of reset control overcoming limitations of linear feedback. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(11):1797–1799, 2001.
- [20] O. Beker, C. Hollot, Y. Chait y H. Han. Fundamental properties of reset control systems. *Automatica*, 40(6):905–915, 2004.

- [21] O. Beker, C. V. Hollot, Q. Chen y Y. Chait. Stability of a reset control system under constant inputs. En *Proceedings of the 1999 American Control Conference*, páginas 3044–3045, San Diego, California, EE.UU., Junio 1999.
- [22] P. W. Belanger y W. L. Luyben. Design of low-frequency compensators for improvement of plantwide regulatory performance. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 36(12):5339–5347, 1997.
- [23] S. Bennett. The past of PID controllers. *Annual Reviews in Control*, 25:43–53, 2001.
- [24] M. Berenguel, E. F. Camacho y F. R. Rubio. Simulation software package for the ACUREX field. Informe interno, Departamento de Ingeniería y Automática, ESI, Sevilla, España, 1994.
- [25] Q. Bi, W. J. Cai, E. L. Lee, Q. G. Wang, C. C. Hang y Y. Zhang. Robust identification of first-order plus dead-time model from step response. *Control Engineering Practice*, 7(1):71–77, 1999.
- [26] G. J. Blickley. Modern control started with Ziegler-Nichols tuning. *Control Engineering*, páginas 11–17, 1990.
- [27] J. E. Bobrow, F. Jabbari y K. Thai. An active truss element and control law for vibration suppression. *Smart Materials and Structures*, 4:264–269, 1995.
- [28] H. W. Bode. Relations between attenuation and phase in feedback amplifier design. *Bell Systems Technical Journal*, páginas 421–454, 1940.
- [29] C. Bohn y D. P. Atherton. An analysis package comparing PID anti-windup strategies. *IEEE Control Systems Magazine*, páginas 34–40, 1995.
- [30] S. Boyd, L. E. Ghaoui, E. Feron y V. Balakrishnan. *Linear Matrix Inequalities in System and Control Theory*. PA:SIAM, Filadelfia, EE.UU., 1994.
- [31] A. Brambilla, S. Chen y C. Scali. Robust tuning of conventional controllers. *Hydrocarbon Processing*, páginas 53–58, 1990.
- [32] E. H. Bristol. Control system. *US Patent 1 405 181*, 1922.
- [33] R. T. Bupp, D. S. Bernstein, V. S. Chellaboina y W. M. Haddad. Resetting virtual absorbers for vibration control. *Journal of Vibration and Control*, 6(1):61–83, 2000.
- [34] E. F. Camacho, M. Berenguel y F. R. Rubio. *Advanced Control of Solar Plants*. Springer, 1997.

- [35] E. F. Camacho, F. R. Rubio, M. Berenguel y L. Valenzuela. A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part I: Modeling and basic control approaches. *Solar Energy*, 81(10):1240–1251, 2007.
- [36] E. F. Camacho, F. R. Rubio, M. Berenguel y L. Valenzuela. A survey on control schemes for distributed solar collector fields. Part II: Advanced control approaches. *Solar Energy*, 81(10):1252–1272, 2007.
- [37] J. Carrasco. *Estabilidad de Sistemas de Control Reseteado*. Tesis doctoral, Universidad de Murcia, 2009.
- [38] J. Carrasco, A. Baños y A. Barreiro. Stability of reset control systems with inputs. En *16<sup>th</sup> Mediterranean Conference on Control and Automation*, páginas 1496–1501, Ajaccio, Francia, Junio 2008.
- [39] J. Carrasco, A. Baños y A. van der Schaft. A passivity approach to reset control of nonlinear systems. En *The 34<sup>th</sup> Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, páginas 61–66, Orlando, Florida, EE.UU., Noviembre 2008.
- [40] J. Cervera. *Ajuste automático de controladores en QFT mediante estructuras fraccionales*. Tesis doctoral, Universidad de Murcia, 2006.
- [41] Y. Chait y C. Hollot. On Horowitz’s contributions to reset control. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 12(4):335–355, 2002.
- [42] Q. Chen, Y. Chait y C. Hollot. BIBO stability of a class of reset control systems. En *Proceedings of the 2000 Conference on Information Sciences and Systems*, páginas TP8–39, Princeton Nueva Jersey, Marzo 2000.
- [43] Q. Chen, Y. Chait y C. Hollot. Stability and asymptotic performance analysis of a class of reset control systems. En *Proceedings of the 39<sup>th</sup> IEEE Conference on Decision and Control*, volume 1, páginas 251–256, Sidney, Australia, Diciembre 2000.
- [44] Q. Chen, Y. Chait y C. Hollot. Analysis of reset control systems consisting of a FORE and second-order loop. *ASME Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 123(2):279–283, Junio 2001.
- [45] Q. Chen, C. Hollot, Y. Chait y O. Beker. On reset control systems with second order plant. En *Proceedings of the 2000 American Control Conference*, páginas 205–209, Chicago, Illinois, EE.UU., Junio 2000.

- [46] C. L. Chen, H. P. Huang y C. T. Hsieh. Tuning of PI/PID controllers based on specification of maximum closed-loop amplitude ratio. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 32(6):783–788, 1999.
- [47] K. L. Chien, J. A. Hrones y J. B. Reswick. On the automatic control of generalised passive systems. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, páginas 175–185, 1952.
- [48] I. L. Chien, H. P. Huang y J. C. Yang. A simple multiloop tuning method for PID controllers with no proportional kick. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 38(4):1456–1468, 1999.
- [49] K. C. Chiu, A. B. Corripio y C. L. Smith. Digital controller algorithms. Part III. Tuning of PI and PID controllers. *Instruments and Control Systems*, páginas 41–43, 1973.
- [50] C. M. Cirre. Diseño e implementación de algoritmos de control clásicos y robustos para un campo de colectores solares. Proyecto Fin de Carrera, Universidad de Almería, 2003.
- [51] C. M. Cirre, M. Berenguel, L. Valenzuela y E. F. Camacho. Feedback linearization control for a distributed solar collector field. *Control Engineering Practice*, 15(12):1533–1544, 2007.
- [52] C. M. Cirre, M. Berenguel, L. Valenzuela y R. Klempous. Reference governor optimization and control of a distributed solar collector field. *European Journal of Operational Research*, 193(3):709–717, 2009.
- [53] R. E. Clarridge. A new concept for automatic control. *Instrument*, 23:1248–1292, 1950.
- [54] J. Clegg. A nonlinear integrator for servomechanisms. *IEEE Transactions on Applications and Industry*, 77:41–42, 1958.
- [55] G. H. Cohen y G. A. Coon. Theoretical consideration of retarded control. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 75:827–834, 1953.
- [56] C. S. Cox, P. R. Daniel y A. Lowden. Quicktune: a reliable automatic strategy for determining PI and PPI controller parameters using a FOLPD model. *Control Engineering Practice*, 5(10):1463–1472, 1997.

- [57] N. I. Davydov, O. M. Idzon y O. V. Simonova. Determining the parameters of PID-controller settings using the transient response of the controlled plant. *Thermal Engineering*, 42(10):801–807, 1995.
- [58] A. M. De Paor. A fiftieth anniversary celebration of the Ziegler-Nichols PID controller. *International Journal of Electrical Engineering Education*, 30:303–316, 1993.
- [59] A. M. De Paor y M. O'Malley. Controllers of Ziegler-Nichols type for unstable processes with time delay. *International Journal of Control*, 49(4):1273–1284, 1989.
- [60] S. Dormido y F. Morilla. *Controladores PID: Fundamentos, sintonía y auto-sintonía*. Prentice-Hall, 2002.
- [61] A. Fernández. *Contribuciones á Teleoperación Pasiva*. Tesis doctoral, Universidad de Vigo, 2009.
- [62] A. Fernández, A. Barreiro, A. Baños y J. Carrasco. Reset control for passive teleoperation. En *The 34th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, páginas 2935–2940, Orlando, Florida, EE.UU., Noviembre 2008.
- [63] R. L. Ford. The determination of the optimum process-controller settings and their confirmation by means of an electronic simulator. *Proceedings of the IEE, Part 2*, 101(80):843–849, 1953.
- [64] P. S. Fruehauf, I. L. Chien y M. D. Lauritsen. Simplified IMC-PID tuning rules. En *Proceedings of the ISA/93 Advances in Instrumentation and Control Conference*, volume 48, páginas 1745–1766, McCormick Place, Chicago, Illinois, USA, 1993.
- [65] M. Fu, A. W. Olbrot y M. P. Polis. Comments on optimal gain for Proportional-Integral-Derivative feedback. *IEEE Control Systems Magazine*, páginas 100–101, 1989.
- [66] R. Goebel, J. Hespanha, A. R. Teel, C. Cai y R. Sanfelice. Hybrid systems: Generalized solutions and robust stability. En *6th IFAC Symposium on Non-linear Control Systems*, páginas 1–12, Stuttgart, Alemania, Septiembre 2004.
- [67] F. Gouaisbaut y D. Peaucelle. Delay-dependent robust stability of time delay systems. En *IFAC 5th Symposium on Robust Control Design (ROCOND'06)*, Toulouse, Francia, Julio 2006.

- [68] K. Gu, V. L. Kharitonov y J. Chen. *Stability of time-delay systems*. Birkhauser, Boston, 2003.
- [69] Y. Guo, Y. Wang y L. Xie. Mid-frequency disturbance rejection of HDD systems. En *Proceedings of the 26<sup>th</sup> Chinese Control Conference*, páginas 56–60, Zhangjiajie, Hunan, China, Julio 2007.
- [70] Y. Guo, Y. Wang, L. Xie y J. Zheng. Stability analysis and design of reset systems: Theory and an application. *Automatica*, 45(2):492–497, 2009.
- [71] G. Guo, S. Yu y Z. Ma. Some properties of networked reset control systems. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 153(1):14–20, 2006.
- [72] A. Haalman. Adjusting controllers for a deadtime process. *Control Engineering*, páginas 71–73, 1965.
- [73] W. Haddad, V. Chellaboina y N. Kablar. Active control of combustion instabilities via hybrid resetting controllers. En *Proceedings of the 2000 American Control Conference*, volumen 4, páginas 2378–2372, Chicago, Illinois, EE.UU., Junio 2000.
- [74] W. H. Haddad, V. Chellaboina y S. G. Nersesov. *Impulsive and Hybrid Dynamical Systems: Stability, Dissipativity, and Control*. Princeton Series in Applied Mathematics, primera edición, 2006.
- [75] T. Hägglund y K. J. Åström. Industrial adaptive controllers based on frequency response techniques. *Automatica*, 27(4):599–609, 1991.
- [76] C. C. Hang, K. J. Åström y W. K. Ho. Refinements of the Ziegler-Nichols tuning formula. *IEE Proceedings, Part D*, 138(2):111–118, 1991.
- [77] C. C. Hang y L. Cao. Improvement of transient response by means of variable set point weighting. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 43(4):477–484, Agosto 1996.
- [78] C. C. Hang, W. H. Ho y L. S. Cao. A comparison of two design methods for PID controllers. *ISA Transactions*, 33:147–151, 1994.
- [79] P. Hazebroek y B. L. van der Waerden. The optimum adjustment of regulators. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, páginas 317–322, 1950.
- [80] W. K. Ho, C. C. Hang y L. S. Cao. Tuning of PID controllers based on gain and phase margin specifications. *Automatica*, 31(3):497–502, 1995.

- [81] W. K. Ho, C. C. Hang y J. Zhou. Self-tuning PID control of a plant with under-damped response with specifications on gain and phase margins. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 5(4):446–452, 1997.
- [82] W. K. Ho, K. W. Lim y W. Xu. Optimal gain and phase margin tuning for PID controllers. *Automatica*, 34(8):1009–1014, 1998.
- [83] W. K. Ho y W. Xu. PID tuning for unstable processes based on gain and phase-margin specifications. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 145(5):392–396, 1998.
- [84] C. V. Hollot, O. Beker, Y. Chait y Q. Chen. *On establishing classic performance measures for reset control systems*, capítulo 9. Lecture Notes in Control and Information Sciences. Springer Berlin, 2001.
- [85] C. V. Hollot, Y. Zheng y Y. Chait. Stability analysis for control system with reset integrators. En *Proceedings of the 36<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, páginas 1717–1719, San Diego, California, EE.UU, Diciembre 1997.
- [86] F. Hong y W. Wong. A reset PI-lead filter design with application in Hard Disk Drives. En *Asia-Pacific Magnetic Recording Conference*, Singapur, República de Singapur, Noviembre 2006.
- [87] I. G. Horn, J. R. Arulandu, C. J. Gombas, J. G. VanAntwerp y R. D. Braatz. Improved filter design in internal model control. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 35(10):3437–3441, 1996.
- [88] I. M. Horowitz. *Quantitative Feedback Theory*. QFT Press, 1992.
- [89] I. M. Horowitz y P. Rosenbaum. Nonlinear design for cost of feedback reduction in systems with large parameter uncertainty. *International Journal of Control*, 24(6):977–1001, 1975.
- [90] H. Hu, Y. Zheng, Y. Chait y C. V. Hollot. On the zero-input stability of control systems with Clegg integrators. En *Proceedings of the 1997 American Control Conference*, volumen 1, páginas 408–410, Albuquerque, Nuevo México, EE.UU., Junio 1997.
- [91] H. Hu, Y. Zheng, C. V. Hollot y Y. Chait. *On the stability of control systems having Clegg Integrators*, capítulo 6, páginas 107–115. Springer, Berlin, primera edición, 1999.

- [92] C. T. Huang, C. J. Chou y J. L. Wang. Tuning of PID controllers based on second-order model by calculation. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers*, 27(2):106–120, 1996.
- [93] C. T. Huang y Y. S. Lin. Tuning PID controller for open-loop unstable processes with time delay. *Chemical Engineering Communications*, 133:11–30, 1995.
- [94] S. H. Hwang. Closed-loop automatic tuning of Single-Input-Single-Output systems. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 34(7):2406–2417, 1995.
- [95] S. H. Hwang y H. C. Chang. A theoretical examination of closed-loop properties and tuning methods of single-loop PI controllers. *Chemical Engineering Science*, 42(10):2395–2415, 1987.
- [96] S. H. Hwang y S. M. Fang. Closed-loop tuning method based on dominant pole placement. *Chemical Engineering Communications*, 136:45–66, 1995.
- [97] A. J. Isaksson y S. F. Graebe. Analytical PID parameters expressions for higher order systems. *Automatica*, 35:1121–1130, 1999.
- [98] A. Jahanmiri y H. R. Fallahi. New methods for process identification and design of feedback controller. *Transactions of the Institute of Chemical Engineers*, 75(A):519–522, July 1997.
- [99] K. H. Johansson, M. Egerstedt, J. Lygeros y S. Sastry. On the regularization of zero hybrid automata. *Systems and Control Letters*, 38(3):141–150, 1999.
- [100] M. A. Johnson y M. H. Moradi. *PID Control: New Identification and Design Methods*. Springer-Verlag London, 2005.
- [101] C. Karybakas. Nonlinear integrator with zero phase shift. *IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation*, 24(2):150–152, 1977.
- [102] A. Kaya y T. J. Scheib. Tuning of PID controls of different structures. *Control Engineering*, páginas 62–65, 1988.
- [103] B. Z. Khan y B. Lehman. Setpoint PI controllers for systems with large normalized dead time. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 4(4):459–466, 1996.
- [104] M. V. Kothare, P. J. Campo, M. Morari y C. N. Nett. A unified framework for the study of anti-windup design. *Automatica*, 30(12):1869–1883, 1994.

- [105] K. Krishman y I. M. Horowitz. Synthesis of a nonlinear feedback system with significant plant-ignorance for prescribed system tolerances. *International Journal of Control*, 19(4):689–706, 1974.
- [106] I. D. Landau. *System identification and control design*. Prentice-Hall, 1990.
- [107] Y. Lee, S. Park, M. Lee y C. Brosilow. PID controller tuning for desired closed-loop responses for SI/SO systems. *American Institute of Chemical Engineers Journal*, 44(1):106–115, 1998.
- [108] M. E. Leeds. *US Patent 1 332 182*, 1920.
- [109] A. Leva. PID autotuning algorithm based on relay feedback. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 140(5):328–338, 1993.
- [110] A. Leva, C. Maffezzoni y R. Scattolini. Self-tuning PI-PID regulators for stable systems with varying delay. *Automatica*, 30(7):1171–1183, 1994.
- [111] Y. Li, G. Guo y Y. Wang. Phase lead reset control design with an application to HDD servo systems. En *9<sup>th</sup> International Conference on Control, Automation Robotics and Vision*, páginas 1–6, Singapur, República de Singapur, Diciembre 2006.
- [112] Z. Li, X. Su y P. Lin. A practical algorithm for PID auto-tuning. *Advances in Modeling and Analysis C, ASME Press*, 40(2):17–27, 1994.
- [113] A. López, C. L. Smith y P. W. Murrill. An advanced tuning method. *British Chemical Engineering*, 14(11):1553–1555, 1969.
- [114] T. Loquen, S. Tarbouriech y C. Prieur. Stability analysis for reset systems with input saturation. En *Proceedings of the 46<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, páginas 3272–3277, Nueva Orleans, Luisiana, EE.UU., Diciembre 2007.
- [115] T. Loquen, S. Tarbouriech y C. Prieur. Stability of reset systems with nonzero reference. En *Proceedings of the 47<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, páginas 3386–3391, Cancún, México, Diciembre 2008.
- [116] W. L. Luyben. Tuning Proportional-Integral-Derivative controllers for integrator/deadtime processes. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 35(10):3480–3483, 1996.
- [117] A. M. Lyapunov. *Stability of motion*. Academic Press, 1966.

- [118] R. J. Mantz y E. J. Tacconi. Complementary rules to Ziegler and Nichols' rules for a regulating and tracking controller. *International Journal of Control*, 49(5):1465–1471, 1989.
- [119] C. E. Mason. Control mechanism. *US Patent 1 897 135*, 1933.
- [120] T. J. McAvoy y E. F. Johnson. Quality of control problem for dead-time plants. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 6(4):440–446, 1967.
- [121] A. Meaburn y F. M. Hughes. A simple predictive controller for use on large scale arrays of parabolic through collectors. *Solar Energy*, 56(6):583–595, 1996.
- [122] D. Nešić y A. R. Teel. A Lyapunov-based small-gain theorem for hybrid ISS systems. En *Proceedings of the 47<sup>th</sup> Conference on Decision and Control*, páginas 3380–3385, Cancún, México, Diciembre 2008.
- [123] D. Nešić, A. R. Teel y L. Zaccarian. On necessary and sufficient conditions for exponential and  $\mathcal{L}_2$  stability of planar reset systems. En *Proceedings of the 2008 American Control Conference*, páginas 4140–4145, Seattle, Washington EE.UU., Junio 2008.
- [124] D. Nešić, L. Zaccarian y A. R. Teel. Stability properties of reset systems. *Automatica*, 44(8):2019–2026, 2008.
- [125] A. O'Dwyer. *Handbook of PI and PID Controller Tuning Rules*. Imperial College Press, segunda edición, 2006.
- [126] Y. Peng, D. Vrancic, y R. Hanus. Anti-windup bumpless and conditioned transfer techniques for PID controllers. *IEEE Control Systems Magazine*, páginas 48–57, 1996.
- [127] D. W. Pessen. Optimum three-mode controller settings for automatic start-up. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, páginas 843–849, 1953.
- [128] D. W. Pessen. A new look at PID-controller tuning. *Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 116:553–557, 1994.
- [129] S. Pettersson y B. Lennartson. Hybrid system stability and robustness verification using linear matrix inequalities. *International Journal of Control*, 75(16):1335–1355, 2002.

- [130] E. Poulin y A. Pomerleau. PID tuning for integrating and unstable processes. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 143(5):429–435, 1996.
- [131] E. Poulin y A. Pomerleau. Unified PID design method based on a maximum peak resonance specification. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 144(6):566–574, 1997.
- [132] E. Poulin y A. Pomerleau. PI settings for integrating processes based on ultimate cycle information. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(4):509–511, 1999.
- [133] D. E. Rivera, M. Morari y S. Skogestad. Internal Model Control. 4. PID controller design. *Industrial and Engineering Chemistry Process Design and Development*, 25(1):252–265, 1986.
- [134] L. Roca, M. Berenguel, L. Yebra y D. C. Alarcon-Padilla. Solar field control for desalination plants. *Solar Energy*, 82(9):772–786, 2008.
- [135] V. Y. Rotach. Automatic tuning of PID-controllers: expert and formal methods. *Thermal Engineering*, 42(10):794–800, 1995.
- [136] G. E. Rotstein y D. R. Lewin. Simple PI and PID tuning for open-loop unstable systems. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 30(8):1864–1869, 1991.
- [137] A. A. Rovira, P. W. Murrill y C. L. Smith. Tuning controllers for setpoint changes. *Instruments and Control Systems*, 42:67–69, 1969.
- [138] S. G. Sain y C. Ozgen. Identification and tuning of processes with large deadtime. *Control and Computers*, 20(3):73–78, 1992.
- [139] D. M. Schneider. Control of processes with time delays. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 24(2):186–191, 1988.
- [140] S. Skogestad. Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, 13(4):291–309, 2003.
- [141] C. L. Smith, A. B. Corripio y J. Martin. Controller tuning from simple process models. *Instrumentation Technology*, 22(12):39–44, 1975.
- [142] S. W. Sung, I. B. Lee, J. Lee y S. H. Yi. Automatic tuning of PID controller using second-order plus time delay model. *Journal of Chemical Engineering of Japan*, 29(6):991–999, 1996.

- [143] H. Taguchi y M. Araki. Two-degree-of-freedom PID controllers and their functions and optimal tuning. En *Preprints of the Proceedings of PID: IFAC Workshop on digital control (Past, present and future of PID control)*, páginas 95–100, Terrasa, España, 2000.
- [144] K. K. Tan, T. H. Lee y Q. G. Wang. Enhanced automatic tuning procedure for process control of PI/PID controllers. *AIChE Journal*, 42(9):2555–2562, 1996.
- [145] K. M. Tsang y A. B. Rad. A new approach to auto-tuning of PID controllers. *International Journal of Systems Science*, 26(3):639–658, 1995.
- [146] B. D. Tyreus y W. L. Luyben. Tuning PI controllers for integrator/dead time processes. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 31(11):2625–2628, 1992.
- [147] C. C. Valentine y M. Chidambaram. PID control of unstable time delay systems. *Chemical Engineering Communications*, 162:63–74, 1997.
- [148] L. Valenzuela, E. Zarza, M. Berenguel y E. F. Camacho. Direct steam generation in solar boilers. *IEEE Control Systems Magazine*, 24(2):15–29, 2004.
- [149] V. Venkatasankar y M. Chidambaram. Design of P and PI controllers for unstable first order plus time delay systems. *International Journal of Control*, 60(1):137–144, 1994.
- [150] M. Vidyasagar. *Nonlinear Systems Analysis*. Prentice-Hall International Editions, segunda edición, 1993.
- [151] A. Voda y I. D. Landau. The autocalibration of PI controllers based on two frequency measurements. *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing*, 9:395–421, 1995.
- [152] T. S. Wang y W. C. Clements. Adaptive multivariable PID control of a distillation column with unknown and varying dead time. *Chemical Engineering Communications*, 132:1–13, 1995.
- [153] L. Wang y W. Cluett. Tuning PID controllers for integrating processes. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 144(5):385–392, 1997.
- [154] F. S. Wang, W. S. Juang y C. T. Chan. Optimal tuning of PID controllers for single and cascade control loops. *Chemical Engineering Communications*, 132:15–34, 1995.

- [155] Q. G. Wang, T. H. Lee, H. W. Fung, Q. Bi y Y. Zhang. PID tuning for improved performance. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 7(4):457–465, 1999.
- [156] Y. G. Wang y H. H. Shao. PID autotuner based on gain- and phase-margin specifications. *Industrial Engineering Chemistry Research*, 38(8):3007–3012, 1999.
- [157] G. Witvoet, W. H. T. M. Aangenent, W. P. M. H. Heemels, M. J. G., van de Molengraft y M. Steinbuch.  $\mathcal{H}_2$  performance analysis of reset control systems. En *Proceedings of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, páginas 3278–3284, Nueva Orleans, EE.UU., Diciembre 2007.
- [158] W. A. Wolfe. Controller settings for optimum control. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, páginas 413–418, 1951.
- [159] D. Wu, G. Guo y Y. Wang. Reset integral-derivative control for HDD servo systems. *IEEE Transaction on Control Systems Technology*, 15(1):161–167, 2007.
- [160] S. W. Yu. Optimal PI tuning for load disturbances. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers*, 19(6):349–357, 1988.
- [161] L. Zaccarian, D. Nešić y A. R. Teel. First order reset elements and the Clegg integrator revisited. En *Proceedings of the 2005 American Control Conference*, volume 1, páginas 563–568, Portland, Oregón, EE.UU., Junio 2005.
- [162] L. Zaccarian, D. Nešić y A. R. Teel. Explicit Lyapunov functions for stability and performance characterizations of FOREs connected to an integrator. En *Proceedings of the 45th IEEE Conference on Decision and Control*, páginas 771–776, San Diego, California, EE.UU., Diciembre 2006.
- [163] L. Zaccarian, D. Nešić y A. R. Teel. Set-point stabilization of SISO linear systems using first order reset elements. En *Proceedings of the 2007 American Control Conference*, páginas 5808–5809, Nueva York, EE.UU., Julio 2007.
- [164] W. Zhang, X. Xu y Y. Sun. Quantitative performance design for integrating processes with time delay. *Automatica*, 35:719–723, 1999.
- [165] Y. Zheng, Y. Chait, C. V. Hollot, M. Steinbuch y M. Norg. Experimental demonstration of reset control design. *Control Engineering Practice*, 8(2):113–120, 2000.

- 
- [166] J. Zheng, Y. Guo, M. Fu, Y. Wang y L. Xie. Improved reset control design for a PZT positioning stage. En *16th IEEE International Conference on Control Applications*, páginas 1272–1277, Singapur, República de Singapur, Octubre 2007.
- [167] J. Zheng, Y. Guo, M. Fu, Y. Wang y L. Xie. Development of an extended reset controller and its experimental demonstration. *IET Control Theory and Applications*, 2(10):866–874, 2008.
- [168] M. Zhuang y D. P. Atherton. Automatic tuning of optimum PID controllers. *IEEE Proceedings on Control Theory and Applications*, 140(3):216–224, 1993.
- [169] J. G. Ziegler. History of the pre-act response. *Taylor Technology*, 4(1):16–20, 1951.
- [170] J. G. Ziegler y N. B. Nichols. Optimum settings for automatic controllers. *Transactions of the American Society of Mechanical Engineers*, 64:759–768, 1942.